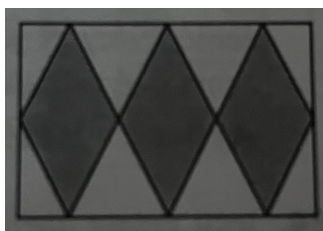
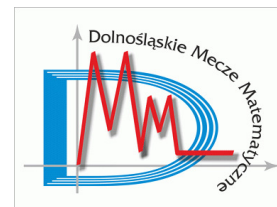


1. Motorówka płynie rzeką z miasta A do miasta B 5 godzin, a drogę powrotną pokonuje w 7 godzin. Ile godzin zajmie podróż tratwą Piotrkowi z miasta A do miasta B , jeśli jego tratwa płynie z prędkością prądu rzeki?
2. Oblicz pole zamalowanej figury, jeżeli pole prostokąta wynosi 12cm^2 .



RYSUNEK 1. Do zadania drugiego.

3. Darek tuż po śniadaniu wyszedł na plac zabaw. Wychodząc, zobaczył, że godzina wyświetlana na jego zegarku tworzy liczbę palindromiczną (liczba palindromiczna to taka, która czytana od przodu i od tyłu jest taka sama). Kiedy wrócił po 350 minutach, zobaczył, że jego zegarek znowu pokazuje liczbę palindromiczną. O której godzinie Darek wrócił do domu?
4. Basen jest wyposażony w dwa niezależne od siebie kran. Pierwszy kran zapełnia pusty basen wodą w ciągu 2 godzin, natomiast drugi - w ciągu 6 godzin. Odkręcamy jednocześnie oba kran. Ile czasu zajmie napełnienie wodą pustego basenu z obu kranów?
5. W 2023 roku dziadek i wnuk mają razem 99 lat. Ostatnie dwie cyfry roku urodzenia dziadka stanowią liczbę będącą połową liczby utworzonej z dwóch ostatnich cyfr roku urodzenia wnuka. Ile lat ma dziadek?
6. Ile jest liczb dwucyfrowych podzielnych przez 5 lub przez 7?
7. Udowodnij, że w grupie 32 osób są co najmniej dwie, które urodziły się tego samego dnia miesiąca.
8. Pomyślałem o dwóch liczbach jednocyfrowych. Pierwszą pomnożyłem przez 16, następnie do otrzymanego iloczynu dodałem drugą liczbę i otrzymałem 120. Ile wynosi suma liczb, o których pomyślałem?
9. Karolina wypisuje wszystkie liczby trzycyfrowe o sumie cyfr równej 3. Jakie liczby wypisze?
10. Kwadrat rozcięto na dwa prostokąty o obwodach 12 cm oraz 18 cm. Ile wynoszą ich odpowiednie pola?



1. Po 35 godzinach.

Oznaczmy v - prędkość motorówki, oraz r -prędkość prądu rzeki. Droga z A do B to $5(v + r)$, a z B do A to $7(v - r)$. Ponieważ droga jest taka sama, możemy ułożyć równanie

$$5(v + r) = 7(v - r)$$

Po przekształceniach dostajemy, że droga wynosi $35r$, czyli podróż zajęłaby Piotrkowi 35 godzin. *Za ułożenie poprawnego równania dajemy 7 punktów.*

2. Prostokąt można podzielić na 24 jednakowe trójkąty. Wśród nich 12 będą zamalowane. Ponieważ zamalowano połowę prostokąta, więc szukane pole wynosi $12\text{cm} \cdot 2 = 6\text{cm}^2$.

Zauważenie, że zamalowany obszar jest połową prostokąta - 5 pkt. Poprawne wyznaczenie pola zamalowanego obszaru - 10 pkt.

3. Wrócił o 15:51.

Na początku zauważmy, że 350 minut to 5 godzin i 50 minut. Darek wyszedł o godzinie postaci $ab : ba$ a wrócił o godzinie $ac : ca$. Zauważmy, że Darek wyszedł po śniadaniu, więc $a = 1$ (inaczej Darek musiałby jeść śniadanie przed godziną 6). Skoro wrócił po 5 godzinach, to $c = b + 5$. Zauważmy też, że zarówno $c < 6$ i $b < 6$, więc $c = 5$, a $b = 0$. Darek wrócił więc o 15 : 51.

Za zauważenie jakiej postaci muszą być godziny o których Darek wyszedł z domu i wrócił z placu zabaw dajemy 2 punkty. Za poprawne wyznaczenie a dodajemy 2 punkty. Za wyznaczenie b i c dajemy resztę punktów.

4. Pierwszy kran w ciągu godziny zapełnia $\frac{1}{2}$ basenu, natomiast drugi - $\frac{1}{6}$. Łącznie zapełniają $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$. Zapełnienie basenu zajmie zatem $\frac{3}{2}$ godziny.

Wnioski dotyczące zapełnienia basenu przez oba krany osobno - 4 pkt. Wyznaczenie jaką część basenu wypelnia oba krany otwarte jednocześnie - 8 pkt. Poprawna odpowiedź - 10 pkt.

5. Dziadek ma 74 lata.

Rok urodzenia dziadka oznaczmy jako $1900 + x$, a wnuka jako $1900 + 2x$. Wtedy dostajemy równanie:

$$(2023 - (1900 - x)) + (2023 - (1900 + 2x)) = 99$$

Stąd dostajemy $x = 49$, więc dziadek urodził się w 1949 roku, czyli ma 74 lata. *Za ułożenie poprawnego równania dajemy 7 punktów.*

6. Liczb dwucyfrowych podzielnych przez 5 jest 18, liczb dwucyfrowych podzielnych przez 7 natomiast jest 13. Zauważmy jednak, że liczymy 35 i 70 dwukrotnie, zatem liczb spełniających warunki zadania jest $18 + 13 - 2 = 29$

Wyznaczenie liczbę liczb podzielnych jedynie przez 5 i przez 7 - po 3 pkt. Zauważenie liczb podzielnych jednocześnie przez 5 i przez 7 - 2 pkt. Poprawna odpowiedź - 2 pkt.

UWAGA! *Za wypisanie wszystkich liczb spełniających warunki zadania przyznajemy 10 pkt.*

7. Wiemy, że każdy miesiąc ma co najwyżej 31 dni, więc skoro mamy w grupie 32 osoby to z zasady szufladkowej co najmniej dwie osoby musiały urodzić się tego samego dnia.

-
8. Dzieląc 120 przez 16 z resztą, otrzymujemy, że $120 = 7 \cdot 16 + 8$, czyli szukane liczby to 7, 8, natomiast ich suma wynosi 15.
9. Są to liczby 300, 210, 201, 111, 120, 102. *Za wypisanie mniej niż czterech liczb dajemy 0 punktów, za wypisanie 4 poprawnych liczb dajemy 3 punkty, za wypisanie 5 poprawnych liczb dajemy 5 punktów, za wypisanie wszystkich liczb dajemy 10 punktów.*
10. Suma obwodów tych prostokątów jest równa 6 długościom boków kwadratu. Zatem bok kwadratu ma długość $30\text{cm} : 6 = 5\text{cm}$. Ponieważ każdy z prostokątów ma dwa boki o długości 5 cm, więc mniejszy prostokąt ma drugi bok o długości 1 cm, a większy natomiast - długości 4 cm. Zatem pola wynoszą odpowiednio $5\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 5\text{cm}^2$ oraz $5\text{cm} \cdot 4\text{cm} = 20\text{cm}^2$
Wyznaczenie długości boku kwadratu - 3 pkt. Wyznaczenie długości drugiego boku dla każdego z prostokątów - 4 pkt. Podanie pól obu prostokątów - 3 pkt.