

1. Liczba 2021 jest iloczynem dwóch liczb pierwszych, mianowicie 43 i 47. Czy jest sumą dwóch liczb pierwszych?
2. Mama zobaczyła brakujące pierniki. Zapytała się swoje dzieci, Alę, Ewę, Janka i Darka. Dzieci po kolei odpowiedziały:
 - Ala powiedziała: Ewa zjadła pierniki.
 - Ewa powiedziała: Janek zjadł pierniki.
 - Janek powiedział: Ewa kłamie!
 - Darek powiedział: Nie zjadłem pierników.

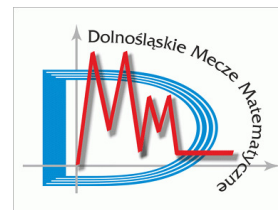
Mama dowiedziała się po czasie, że tylko jedno z dzieci mówiło prawdę. Kto zjadł pierniki?

3. Rozmieść liczby 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 w kwadracie 3×3 podanym poniżej tak, aby suma liczb w wierszach, kolumnach i na przekątnych była taka sama.

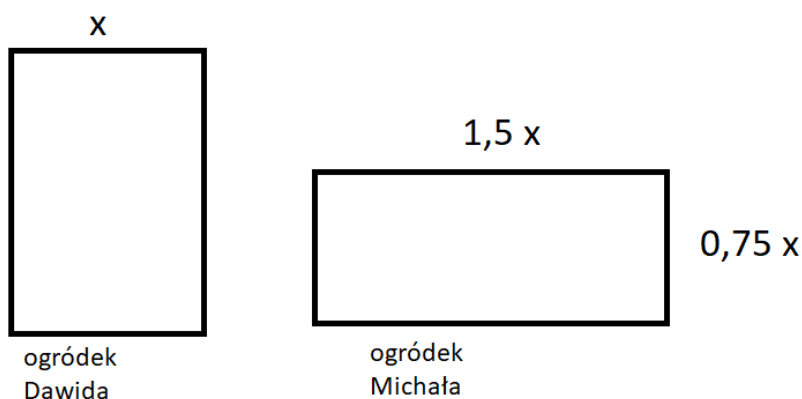
	5	

4. Rysiu układa kafelki w łazience o wymiarach 6×8 m. Ile płytek o wymiarach 30×10 cm musi kupić w tym celu? Ile musi zapłacić za płytki, jeżeli jedna kosztuje 0,6 złotych?
Zakładamy, że Rysiu nie tnie płytek.
5. Piotrek i Krzysiek grają w grę. Na przemian zapisują na tablicy liczbę od 1 do 9. Wygrywa ten gracz, który spowoduje, że suma liczb na tablicy będzie liczbą trzycyfrową. Zakładamy, że grę zaczyna Krzysiu. Który z graczy może zapewnić sobie wygraną? W jaki sposób?
6. Podczas podróży przez zaczarowany las Daria i Łukasz spotkali smoka Światosława. Ten nie chciał ich przepuścić, dopóki nie odnajdą w jego skarbie fałszywej monety. Wszystkich monet jest 81, w tym jedna fałszywa. Do dyspozycji mają wagę szalkową bez odważników. Niestety dał im na to ograniczony czas, zdążą wykonać tylko 6 ważeń. Czy naszym bohaterom uda się ominąć złowieszczy smoka? Jeśli tak, jaką muszą przyjąć strategię?
7. Niestety smok nie był ostatnią przeszkodą Łukasza i Darii. Po krótkiej wędrówce dopadła ich czarownica. Tym razem zagroziła, że porwie ich do swojego domku na kurzej nóżce, jeśli nie odpowiedzą (poprawnie) na jej zagadkę. Brzmiała ona tak: *Do chwili obecnej przeżyłam 77 lat, 77 miesięcy, 77 tygodni, 77 dni i 77 godzin. Ile mam lat?* Jaką odpowiedź musieli podać Łukasz i Daria aby uniknąć porwania do domku na kurzej nóżce?
Przyjmujemy, że żyjemy w świecie, gdzie każdy miesiąc ma 30 dni.
8. Wychodząc już z zaczarowanego lasu, Daria i Łukasz spotkali dwóch ogrodników: Dawida i Michała, którzy kłócili się, czyj ogródek jest większy. Poprosili więc podróżników o rozwiązanie tego sporu. Wiemy, że oba ogródki są w kształcie prostokąta o obwodzie 12 metrów. Długość ogródka Dawida jest 1,5 raza mniejsza niż długość ogródka Michała, z kolei szerokość ogródka Michała stanowi połowę jego długości. Czyj ogródek jest większy?
9. Znajdź trzy liczby, których suma wynosi 12, dwukrotność pierwszej z nich jest równa sumie dwóch pozostałych, a suma pierwszej oraz czterokrotności drugiej równa się ośmiokrotności trzeciej liczby.
10. Karolina w 2020 roku spała 8 godzin na dobę. Ile dni tego roku Karolina przespała?

Dolnośląskie Mecze Matematyczne 2021/22
Mecz 1 - rozwiązania (SP 4-6, runda eliminacyjna)



1. Nie jest. 2021 nie może być sumą dwóch liczb nieparzystych, bo sama jest parzysta. Jedyną parzystą liczbą pierwszą jest 2, zatem jedyny możliwy rozkład na sumę to: $2021=2+2019$. Ale 2019 jest podzielna przez trzy, bo jej suma cyfr jest podzielna przez 3.
Za
2. Prawdę powiedzieli albo Ewa, albo Janek – ich wypowiedzi są sprzeczne. Zatem Ala i Darek muszą kłamać. Ale skoro Darek powiedział: „nie zjadłem pierników”, to ewidentnie jest winny.
Za poprawne wskazanie winnego bez uzasadnienia dajemy 2 punkty
3. Rozwiązań może być wiele, dlatego należy sprawdzić, że sumy liczb na wierszach, kolumnach i przekątnych rzeczywiście się zgadzają.
Za poprawne uzupełnienie, ale bez uzasadnienia i przedstawienia toku myślenia dajemy 5 punktów
4. Rysiu musi ułożyć 20 płytek na szerokości łazienki i 80 na długości łazienki. Łącznie będzie potrzebować $20 \cdot 80 = 1600$ płytek, więc zapłaci $0.6 \cdot 1600 = 960$ zł.
Za poprawne policzenie liczby płytek dajemy 7 punktów, za kwotę 3 punkty, za błędy obliczeniowe zabieramy 2 punkty
5. Zwycięzcą będzie Piotrek. Jeżeli będzie uzupełniać do pełnych dziesiątek, to na pewno zapewni sobie wygraną.
Za dobrą odpowiedź bez przedstawienia strategii wygrywającej dajemy 2 punkty.
6. Istnieje strategia wygrywająca. Bohaterom uda się przejść, za każdym razem muszą ważyć połowę monet (lub połowę pomniejszoną o jeden, kiedy liczba monet jest nieparzysta) i następnie badać te, które na wadze były lżejsze.
Za dobrą odpowiedź bez toku rozumowania dajemy 2 punkty. Za rozwiązanie z więcej niż 6 ważeniami, ale nie więcej niż 9, można przyznać 3 punkty.
7. 77 miesięcy to 6 lat i 5 miesięcy czyli 6 lat i 150 dni, 77 tygodni to 539 dni czyli rok i 179 dni, 77 godzin to pełne 3 dni. Czyli wiedźma ma 84 lata i 409 dni, czyli 85 lat i 49 dni. (Ale wymagamy tylko wieku w latach.)
8. Niech x oznacza długość boku ogródka Dawida.



Wiemy, że obwód obu ogródków to 12 metrów, więc możemy wyliczyć x z ogródka Michała. otrzymujemy $1,5x + 0,75x + 1,5x + 0,75x = 12$, czyli $x = 2\frac{2}{3}$, czyli pole ogródka Michała wynosi $8m^2$ a ogródka Dawida $8\frac{8}{9}m^2$, czyli Dawid ma większy ogródek.

Za dobre policzenie pola jednego z ogródków dajemy 5 punktów, za błędy obliczeniowe zabieramy 2 punkty

Prosimy nie udostępniać nikomu zadań przed oficjalną ich publikacją na stronie konkursu.

9. Niech x, y, z oznaczać szukane liczby. Korzystając z warunków zadania, układamy następujący układ równań:

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x = y + z \\ x + 4y = 8z \end{cases}$$

Po rozwiązaniu go, otrzymujemy, że $x = 4$, $y = 5$ oraz $z = 3$.

Oczywiście na tym etapie edukacyjnym spodziewamy się bardziej elementarnej analizy przypadków – tym niemniej podstawienie drugiego równania do pierwszego narzuca się.

Za poprawne wyznaczenie x dajemy 3 punkty, za poprawne wyznaczenie x i z lub x i y dajemy 5 punktów; za poprawne wyznaczenie x, y, z dajemy 10 punktów

10. Oczywiście rok 2020 był rokiem przestępnym. Skoro zatem w ciągu jednego dnia przespała jego trzecią część, to łącznie przespała $\frac{366}{3} = 122$ dni.

Za błędy obliczeniowe odejmujemy 2 punkty, za niezauważenie, że rok 2020 był rokiem przestępnym, zabieramy 5 punktów.