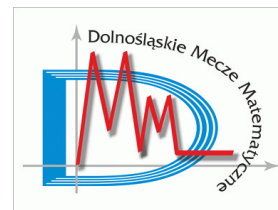


1. W ogródku są koty, psy i kury. Razem mają 20 głów i 64 nogi. Ile psów jest w ogródku, jeśli wiadomo, że jest ich dwa razy mniej niż kotów?
2. Wszystkie punkty płaszczyzny pokolorowano na dwa kolory – na czerwono i na niebiesko. Wykaż, że istnieją dwa punkty tego samego koloru odległe od siebie o dokładnie 22 cm.
3. Mama ustawiła siódmkę swoich dzieci w rzędzie według wieku, od najmłodszego do najstarszego i rozdzieliła między nich 77 malin. Najmłodsze dziecko otrzymało pewną porcję malin, a każde następne o jedną malinę więcej niż poprzednik. Ile malin otrzymało najmłodsze dziecko?
4. Ile maksymalnie sobót może być w ciągu jednego roku?
5. Milion minut – ile to pełnych dni?
6. Wśród matematyków co dziesiąty jest fizykiem, a wśród fizyków co piętnasty jest matematykiem. Kogo jest więcej – matematyków czy fizyków?
7. Zając Zenek biegnie z prędkością 12 km/h, wykonując 5 skoków w ciągu 1.5 sekundy. Ile skoków musi wykonać, żeby przebiec pół kilometra?
8. Oblicz
$$\frac{4 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17}{4 \cdot 26 \cdot 85 + 13 \cdot 68}$$
9. Daria i Łukasz mają za zadanie przynieść 8 litrów wody ze studni. Czy są w stanie to zrobić, mając do dyspozycji jedynie wiadra o pojemności 6 litrów i 15 litrów?
10. Ze szklanki pełnej czarnej kawy (bez mleka, sama kawa) Basia wypiła $\frac{1}{6}$ szklanki i dołała do pełna mleka. Wypiła z tej szklanki $\frac{1}{3}$ uzyskanego napoju i znów uzupełniła mlekiem. Po ponownym wymieszaniu wypiła pół szklanki otrzymanego napoju i stwierdziła, że jeszcze raz musi napełnić szklankę mlekiem. Dopiero wtedy była w stanie wypić wszystko (najwyraźniej czarna kawa była dla Basi za mocna). Czego wypiła więcej – kawy czy mleka?

Dolnośląskie Mecze Matematyczne 2022/23
Mecz 1 - rozwiązania (SP 4-6, runda eliminacyjna)



1. Niech x – liczba kotów, y – liczba psów, z – liczba kur. Korzystając z warunków zadania, układamy następujący układ równań:

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ x = 2y \\ 4x + 4y + 2z = 64 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu go, otrzymujemy, że w ogródku były 4 psy.

Na tym etapie edukacyjnym oczywiście nie zakładamy umiejętności rozwiązania układu równań klasycznymi metodami. Zapewne uczeń będzie stosować metodę inteligentnego zgadywania i będzie sobie upraszczać w jakiś sposób układ równań – nawet niekoniecznie explicite zapisany w abstrakcyjnej postaci. Oceniamy natomiast tok myślenia (jakiś musi zostać zaprezentowany) – samo zgadnięcie odpowiedzi nie daje żadnych punktów.

2. Wybierzmy dowolne trzy punkty na płaszczyźnie odległe od siebie nawzajem o 22 cm (wierzchołki trójkąta równobocznego). Dwa z nich są na pewno tego samego koloru. Wobec tego dwa z nich są punktami tego samego koloru odległymi od siebie o 22 cm.

3. Oznaczmy przez j liczbę malin, którą otrzymało najmłodsze dziecko. Wtedy możemy ułożyć równanie.

$$j + (j + 1) + (j + 2) + (j + 3) + (j + 4) + (j + 5) + (j + 6) = 77$$

Stąd dostajemy $j = 8$, czyli najmłodsze dziecko otrzymało 8 jagód.

Poprawne ułożenie równania (lub wyartykułowanie obserwacji do niego analogicznej) – 5 punktów.

4. Wiemy, że $365 = 52 \cdot 7 + 1$, co oznacza, że rok składa się z 52 pełnych tygodni i jeszcze jednego dnia. Zawsze więc wszystkich dni tygodnia w roku będzie 52 – oprócz jednego, który wystąpi jeden dodatkowy raz. Może to być sobota, zatem odpowiedź to 53. W przypadku roku przestępnego są dwa takie dni tygodnia, lecz nie zmienia to odpowiedzi.

Pominięcie przypadku roku przestępnego stanowi podstawę do odjęcia dwóch punktów.

5. 1000000 sekund to 16666 minut i 40 sekund, a to jest równe 277 godzin, 46 minut i 40 sekund, co daje nam 11 dni, 13 godzin, 46 minut i 40 sekund. Czyli milion sekund to 11 pełnych dni.

6. Rozważmy uczonych *wszechstronnych*, czyli tych, którzy zajmują się obiema dziedzinami nauki. Wiemy, że co dziesiąty matematyk jest wszechstronny. Ponieważ nie ma wszechstronnych niematematyków, więc matematyków jest 10 razy więcej niż wszechstronnych. Analogicznie, fizyków jest 15 razy więcej niż wszechstronnych. Ponieważ liczba matematyków i fizyków jest niezerowa (czyli także liczba wszechstronnych), więc fizyków jest więcej.

7. Zmieniając km/h na m/s dostajemy, że zając porusza się z prędkością $\frac{10}{3}$ m/s. Zając wykonuje 5 skoków w ciągu 1,5 sekundy. mają one więc długość $\frac{15}{3}$ metra, zatem długość jednego skoku jest równa $\frac{15}{15} = 1$ m. Czyli aby przebiec pół kilometra zając musi wykonać 500 skoków

8.

$$\frac{4 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17}{4 \cdot 26 \cdot 85 + 13 \cdot 68} = \frac{4 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17}{4 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 17 + 13 \cdot 4 \cdot 17} = \frac{4 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17}{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 17 + 4 \cdot 13 \cdot 17} = \frac{4 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17}{11 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 17} = 1$$

Jeżeli licznik i mianownik zostały obliczone (doprowadzone do postaci pojedynczej liczby), można przyznać maksymalnie 9 punktów.

9. Zauważmy, że pojemności obu wiader są podzielne przez 3. Zatem posługując się jedynie nimi jesteśmy w stanie otrzymać jedynie liczbę podzielną przez 3. Oczywiście 8 nie jest podzielne przez 3, więc nasi bohaterowie nie są w stanie wykonać tego zadania.

10. Zauważmy, że Basia wypła dokładnie tyle mleka, ile dolano do kawy. Najpierw dolano $\frac{1}{6}$ szklanki, potem $\frac{1}{3}$ szklanki, a na końcu $\frac{1}{2}$ szklanki. W sumie więc dolano $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$ szklankę mleka. Basia wypła więc jedną szklankę czarnej kawy i jedną szklankę mleka – czyli **tyle samo**.

Za mozolne obliczanie dokładnych stężeń mleka w różnych etapach lub też inne niepotrzebnie mozolne obliczenia zgodnie z regulaminem należy odjąć 1/2 punkty, w zależności od stopnia niepotrzebnego skomplikowania rozwiązania.