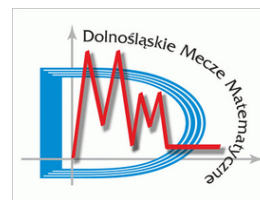


1. O ile liczba $\underbrace{66\dots6}_{25}\underbrace{22\dots2}_{57}$ jest większa od $\underbrace{33\dots3}_{25}\underbrace{44\dots4}_{56}5$?
2. Ogon pewnej ryby waży 4kg. Jej głowa waży tyle co ogon i pół tułowia, natomiast jej tułów waży tyle co głowa i ogon łącznie. Ile waży ta ryba?
3. Zosia i Antek przywieźli z sadu 34 jabłka. Chcą rozdzielić je wszystkie między siebie tak, aby liczba jabłek każdego z nich była liczbą pierwszą. Na ile sposobów mogą to zrobić?
4. Spośród liczb trzycyfrowych (bez zera z przodu!), których liczb jest więcej: tych które używają w swoim zapisie w systemie dziesiętnym cyfry 1, czy tych, w których cyfra 1 nie występuje?
5. W roku 2024 Monika spała 7 godzin każdego dnia. Ile dób przespała w tym roku?
6. Jakie cyfry można podstawić pod litery w równaniu

$$LUK + LUK = KOLO$$

tak, by było ono prawdziwe? Liczby mogą mieć zera z przodu, a jedną cyfrę mogą oznaczać różne litery. Podaj wszystkie rozwiązania.

7. Jarek i Mateusz ściągają się na okrągłym torze biegowym o długości 300 m. Jarek ma prędkość 15 m/s, a Mateusz – 10 m/s. Ruszają w tym samym momencie i biegają 10 minut i jedną sekundę. Ile razy Jarek wyprzedzi Mateusza? Przez wyprzedzenie rozumiemy sytuację, gdzie Jarek najpierw jest za Mateuszem, a potem po nim, więc w momencie startu wyprzedzenia nie ma.
8. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A ma 60 stopni, a długości boków wychodzących z tego wierzchołka są w stosunku 2 : 1. Ile wynoszą pozostałe kąty tego trójkąta?
9. W pewnym roku w sierpniu były cztery poniedziałki i cztery piątki. Od jakiego dnia tygodnia zaczął się ten sierpień?
10. Suma dwóch liczb wynosi 49. Ponadto, jeśli z większej skreślimy jedną cyfrę, otrzymamy mniejszą. Jakie to liczby?



1. Odejmując stronami musimy wykonać na każdej dwójce pożyczkę. Odejmowanie cyfr jedności da nam 7 i cyfrę 2 w pozycji dziesiątek na 1. Będziemy musieli wykonać pożyczkę i odejmiemy $11 - 4 = 7$. Ponieważ pożyczką zmieniliśmy cyfrę 2 w pozycji setek na 1, ta sytuacja będzie się powtarzać aż dojdziemy w odjemnej do pierwszej cyfry 6, z której wykonamy pożyczkę. Na pozycji tej cyfry otrzymamy

$$5 - 3 = 2,$$

a na pozostałych szóstkach

$$6 - 3 = 3.$$

Finalnie, liczba którą otrzymamy to

$$\underbrace{33\dots3}_{24} \underbrace{277\dots7}_{57}.$$

2. Niech g oznacza wagę głowy, t tułowia. Wiemy zatem, że $g = 4 + \frac{t}{2}$ oraz $t = 4 + g$. Wobec tego po pomnożeniu pierwszego równania obustronnie przez dwa i podstawieniu za t , $4 + g$ otrzymujemy: $2g = 12 + g$. Głowa ryby waży więc 12kg, czyli tułów 16kg. Zatem cała ryba waży $12 + 16 + 4 = 32$ kilogramów.
3. Możliwe podziały to

$$3 + 31 = 34,$$

$$5 + 29 = 34,$$

$$11 + 23 = 34,$$

$$17 + 17 = 34,$$

więc mamy 7 sposobów (należy jeszcze policzyć sposoby symetryczne).

4. Liczb bez cyfry 1 jest

$$8 \cdot 9 \cdot 9 = 648 > 450 = \frac{900}{2},$$

czyli jest ich więcej niż połowa liczb trzycyfrowych.

5. Rok 2024 jest przestępny, więc przespała

$$\frac{366 \cdot 7}{24} = 106\frac{3}{4}$$

doby.

6. Cyfra K ma wartość 0 lub 1. Z tego obliczamy wartość O z cyfry jedności. W obu przypadkach nie ma przeniesienia z cyfry jedności, więc L jest parzyste, tak samo jak O . Zatem ani z kolumny jedności, ani dziesiątek nie ma przeniesienia, skąd obliczamy wartości cyfr. W pierwszym przypadku mamy

$$631 + 631 = 1262,$$

a w drugim

$$000 + 000 = 0000.$$

7. Przyjmijmy konwencję liczenia wyprzedzeń: będziemy rozważać sytuację od czasu 0 co 10 sekund. Jeżeli w danym momencie Jarek i Mateusz znajdują się w tym samym miejscu toru to nie zwiększamy liczby wyprzedzeń. Zatem:

Czas	Jarek	Mateusz	Wyprzedzenia
0	0	0	0
10	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1
20	1	$\frac{2}{3}$	1
30	$1\frac{1}{2}$	1	1
40	2	$1\frac{1}{3}$	1
50	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$	1
60	3	2	1

Jak widać, po minucie Jarek i Mateusz znowu znajdują się w punkcie startowym, Jarek zrobi 3 okrążenia, Mateusz 2, przy czym będzie przez Jarka raz wyprzedzony. Po dziesięciu minutach więc Jarek wyprzedzi Mateusza 10 razy (ostatnie wyprzedzenie następuje w 10 minucie wyścigu).

8. Łącząc krótszy bok ze środkiem dłuższego dzielimy dany trójkąt na równoboczny i równoramienny.
9. Gdyby sierpień zaczynał się od poniedziałku, niedzieli lub soboty, to byłoby w nim pięć poniedziałków. Tak samo, gdyby zaczynał się od piątku, czwartku lub środy, byłoby w nim pięć piątków. Musi zatem zacząć się we wtorek. Łatwo sprawdzić, że taki sierpień faktycznie ma po 4 poniedziałki i piątki.
10. Jedna z tych liczb jest dwucyfrowa, a druga jednocyfrowa. Zatem liczba dwucyfrowa musi mieć 4 z przodu. Jeśli skreślamy z niej cyfrę jedności, to druga liczba to 4 i obliczamy, że pierwsza to 45. Jeśli skreślamy cyfrę dziesiątek, to obie liczby mają takie same cyfry jedności, więc ich suma jest parzysta, sprzeczność.