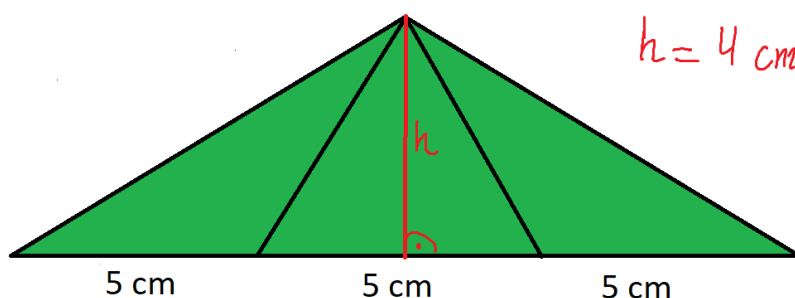
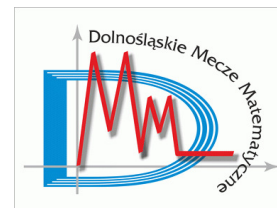


1. Jaka cyfra pojawi się na 2022. miejscu liczby, która powstała po napisaniu jednym ciągiem wszystkich liczb naturalnych, tj. liczby 1234567891011121314...?
2. Daria z Łukaszem znowu wyruszyli na przygodę. Tym razem chcą odnaleźć zaginiony skarb goblinów. Niestety już w pierwszej jaskini, którą odwiedzili, zostali zatrzymani przez goblina. Ten powiedział, że albo rozwiążą (poprawnie) jego zagadkę i będą mogli przejść dalej, albo ugotuje z nich obiad. Chcąc nie chcąc, nasi bohaterowie zgodzili się na propozycję. Ten kazał im odmierzyć 15 minut, mając do dyspozycji dwie klepsydry - 11-minutową i 7-minutową. W jaki sposób Łukasz i Daria muszą odmierzyć czas, aby uniknąć zostania zjedzonymi przez goblina?
3. Jaka jest ostatnia cyfra liczby 2^{2022} ?
4. W ogródku 5 kotów poluje na 4 ptaki. Sytuację obserwuje pewna liczba psów. Gdyby psy zmieniły się w ptaki, a ptaki w psy, liczba nóg nie zmieniłaby się. Ile nóg mają wszystkie zwierzęta w sumie?
5. Dziewięć lat temu, wiek syna był trzykrotnie mniejszy od wieku matki. Za dwa lata matka będzie mieć wiek dwukrotnie większy od syna. Ile lat razem mają matka i syn obecnie?
6. Piotrek przychodzi na plac zabaw codziennie, Grzesiu co 2 dni, Krzysiu co 3 dni, Szymon co 4 dni, Jasiu co 5 dni, Darek co 6 dni. W Dzień Dziecka spotkali się na placu zabaw wszyscy. Czy spotkają się w tym samym gronie w nadchodzące wakacje?
7. Czy wśród dowolnych trzech liczb naturalnych istnieją dwie takie, których suma będzie liczbą parzystą?
8. Ile wynosi suma pól wszystkich trójkątów (o czarnych bokach) widocznych na rysunku?
Wskazówka: policz, ile dokładnie jest trójkątów.



9. Jakie 4 cyfry należy usunąć z liczby 24819357 aby otrzymana liczba 4 cyfrowa była najmniejsza?
10. Jakie cyfry należy wstawić w miejsca kropek ●●● 9 aby otrzymana liczba była sześcianem liczby naturalnej?



1. Pierwsze 10 miejsc zajmują liczby jednocyfrowe, dalej dwucyfrowe 180 miejsc. Zostaje nam $2022 - 189 = 1833$ miejsc na których zmieści się dokładnie 611 liczb. Ostatnią z nich będzie 711, czyli na 2022 miejscu będzie cyfra 1. *Za błędy obliczeniowe z dobrym rozumowaniem odejmujemy 2 punkty, za wypisanie liczb żeby dostać 2022 cyfr dajemy 4 punkty i czekoladę za wytrwałość.*
2. Odwracamy naraz obie klepsydry. Po 7 minutach mniejsza klepsydra przesypane cały piasek, natomiast w tej dużej pozostanie piasku na 4 minuty do przesypania. Odwracamy mniejszą klepsydrę, większą pozostawiamy bez zmian. Po upływie 4 minut w mniejszej klepsydrze zostało piasku na 3 minuty, natomiast w większej cały piasek się przesypał. Gdy już nie będzie piasku w dużej klepsydrze, odwracamy małą klepsydrę i czekamy na przesypanie piasku. Tak odmierzyliśmy 15 minut. *Za dobre rozumowanie dajemy 8 punktów; za dobre rozumowanie + dobry wynik 10 punktów.*
3. Podnosząc 2 do poszczególnych potęg dostajemy $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, mamy więc ciąg cyfr jedności 2,4,8,6 który będzie się powtarzać. Ponadto, $\frac{2022}{4} = 505.5$, czyli ostatnią cyfrą będzie 4. *Za błędy obliczeniowe odejmujemy 2 punkty.*
4. Ptaki i koty przed zamianą miały $20 + 8 = 28$ nóg, a po zamianie (już jako koty i psy) $20 + 16 = 36$. Zyskały więc w sumie osiem nóg. Każdy pies, gdy zamieniał się w ptaka, tracił dwie nogi. By liczba nóg nie zmieniła się, w ogrodzie musiały być więc cztery psy. Zatem liczba wszystkich nóg to $28 + 16 = 44$. *Za błędy obliczeniowe odejmujemy 2 punkty.*
5. Niech x oznacza wiek syna obecnie. Wtedy wiek matki obecnie zapisujemy jako $3(x - 9) + 9$. Zależność opisująca wiek matki i syna za 2 lata można opisać za pomocą równania

$$3(x - 9) + 9 + 2 = 2(x + 2).$$

Wtedy, rozwiązując to równanie, otrzymujemy, że syn obecnie ma 20 lat, matka - 42 lat, czyli razem - 62 lat. *Za błędy obliczeniowe odejmujemy 2 punkty.*

6. Najmniejszą wspólną wielokrotnością tych liczb jest 60. Data kolejnego wspólnego spotkania wypadnie 60 dni po 1.06, czyli pod koniec lipca. *Za błędy obliczeniowe odejmujemy 2 punkty, za liczenie na palcach zabieramy 5 punktów.*
7. Wśród 3 liczb istnieją co najmniej 2 o takiej samej parzystości, ich suma musi być wtedy liczbą parzystą.
8. Mamy trzy trójkąty o podstawie równej 5, dwa trójkąty o podstawie 10 i jeden trójkąt o podstawie równej 15. Wysokość w każdym z przypadków jest taka sama i wynosi 4. Zatem, szukana suma pól wynosi
$$3 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} + 2 \cdot \frac{10 \cdot 4}{2} + 1 \cdot \frac{15 \cdot 4}{2} = 30 + 40 + 30 = 100.$$
Za policzenie pola jednego trójkąta dajemy 1 punkt, 2 trójkątów- 2 punkty, 3 trójkątów- 4 punkty, 4 trójkątów- 6 punktów, 5 trójkątów-8 punktów, 6 trójkątów-10 punktów. Za błędy obliczeniowe odejmujemy 2 punkty, ale nie schodzimy poniżej 0.
9. Należy usunąć 2,4,8 (aby z przodu była 1) oraz 9 (bo $9 > 3$). *Za dobre rozwiązanie z uzasadnieniem dajemy 10 punktów, za dobry wynik bez uzasadnienia 3 punkty.*

-
- 10.** Liczbą tą będzie 6859. Wiemy, że liczba, którą podnosimy do 3 potęgi, ma cyfrę jedności 9. Więc musimy sprawdzić po kolei możliwości. $9^3 = 729$ za mało cyfr. $29^3 = 24389$ za dużo cyfr. Zostaje nam więc $19^3 = 6859$. *Za błędy obliczeniowe odejmujemy 2 punkty. Za sprawdzenie wszystkich liczb odejmujemy 5 punktów.*