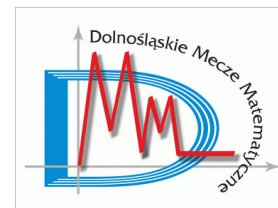


1. Student musi podczas semestru napisać 8 kolokwii z analizy matematycznej. Są one oceniane w skali 2 – 5, gdzie 5 jest najwyższą możliwą oceną. Karol uzyskał z sześciu napisanych kolokwii średnią ocenę 3,5. Jakie oceny musi dostać z pozostałych dwóch kolokwii żeby jego średnia była nie niższa niż 4?
2. Jakim dniem tygodnia był 14.12.1922?
3. Silnię liczby n definiujemy jako iloczyn wszystkich liczb naturalnych dodatnich nie większych niż n , czyli na przykład $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Oblicz:
$$\frac{18! \cdot 15! \cdot 13!}{19! \cdot 12! \cdot 14!}$$
4. Czy liczba $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2022}$ jest podzielna przez 10?
5. Łukasz mieszka w Nowym Jorku, a Daria we Wrocławiu. Kiedy u Łukasza jest godzina 16:00, to u Darii jest godzina 22:00 tego samego dnia. Która godzina jest u Łukasza, jeśli zegarek Darii wskazuje 4:00?
6. Piotrek ma w swojej szufladzie 5 białych, 4 czarne i 9 czerwonych skarpetek. Ile co najmniej skarpetek powinien wyciągnąć z szuflady bez patrzenia, aby mieć pewność, że z szuflady wybierze parę skarpet o tym samym kolorze?
7. Pięciu studentów ważyło się parami każdy z każdym. Waga pokazała następujące wyniki: 180 kg, 184 kg, 186 kg, 188 kg, 190 kg, 192 kg, 194 kg, 196 kg, 200 kg i 202 kg. Ile łącznie ważą studenci?
8. Plan wykonano w skali 1:500. Jeżeli na planie odległość między miejscowościami wynosi 7,7 dm, ile wynosi ich rzeczywista odległość?
9. Dawid nastawił zegarek (ze wskazówkami) na dokładny czas w niedzielę o 16:00. Zegarek ten spóźnia się o minutę na godzinę. Po ilu dniach wskaże on ponownie poprawną godzinę?
10. Wyrażenia $5(x + 7) - 1$ oraz $2(x - 3) + 4$ przyjmują taką samą wartość dla liczby x . Jaka to jest liczba?

Dolnośląskie Mecze Matematyczne 2022/23
Mecz 2 - rozwiązania (SP 4-6, runda eliminacyjna)



1. Nie jest to możliwe. Niech x i y oznaczają oceny z dwóch kolokwiów, których Karol jeszcze nie pisał. Aby średnia jego ocen była nie niższa niż 4, jego oceny muszą sumować się do co najmniej 32. Wtedy $x + y + 6 \cdot 3,5 \geq 32$. Wiemy, że $x + y \leq 10$, więc

$$x + y + 6 \cdot 3,5 \leq 10 + 21 = 31$$

Stąd wynika, że niezależnie od ocen z pozostałych dwóch kolokwiów średnia Karola będzie niższa niż 4.

2. Czwartek. Wśród 100 lat, 25 lat było przestępnych, zatem upłynęło $365 \cdot 100 + 25 = 36525$. Ponieważ $36525 = 7 \cdot 5217 + 6$, więc od dzisiejszego dnia (środy) należy „odjąć” 6 dni w tygodniu.
3. Po odpowiednim skróceniu otrzymamy

$$\frac{15 \cdot 13}{19} = \frac{195}{19}.$$

4. **Tak.** Aby udowodnić, że liczba jest podzielna przez 10 należy pokazać, że jest podzielna przez 2 i przez 5. Liczba z zadania jest podzielna przez 5, bo jest sumą liczb podzielnych przez 5, a przez 2, bo jest sumą 2022 (czyli parzyście wielu) liczb nieparzystych.
5. Zauważmy, że nowojorskie zegarki pokazują czas o 6 godzin wcześniejszy niż wrocławskie. Sześć godzin przed 4:00 była 22:00. Zatem w Nowym Jorku jest 22:00.
6. Zauważmy, że Piotrek ma tylko 3 kolory skarpetek. W najgorszym przypadku, jeśli wyciągnie 3 różne skarpetki, to ma pewność, że następna skarpetka będzie pasować do którejś z tych, które ma w ręce.
7. Zauważmy, że każdy z chłopców ważył się 4 razy. W takim razie ich łączna masa wynosi

$$\frac{1}{4} \cdot (180 + 184 + 186 + 188 + 190 + 192 + 194 + 196 + 200 + 202) = 478$$

Za zauważenie, że każdy ze studentów ważył się 4 razy, dajemy 6 punktów.

8. $7,7 \cdot 10 \cdot 500 = 38500 \text{ cm} = 385 \text{ m}$.
9. Po jednej dobie zegarek będzie się spóźniać o 24 minuty. Aby zegarek pokazywał poprawną godzinę opóźnienie musi wynieść 720 minut ($12 \cdot 60$). Nastąpi to po 30 dniach. *Za zauważenie, że opóźnienie na dobę wynosi 24 minuty dajemy 2 punkty; za zauważenie, że opóźnienie musi wynieść 720 minut, dajemy dodatkowe 6 punktów.*

10.

$$5(x + 7) - 1 = 2(x - 3) + 4$$

$$5x + 34 = 2x - 2$$

$$3x = -36$$

$$x = -12$$