

1. Równość

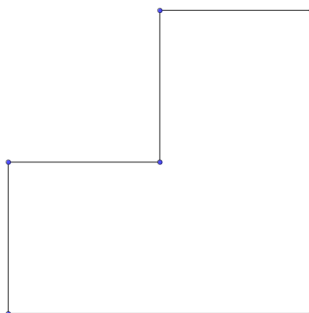
$$9^{20} \cdot 9^{12} = 9^{32}$$

zapisano w postaci

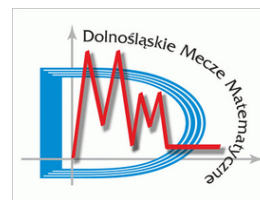
$$12157665 \square 59056928801 \cdot 28 \square 429536481 = 3433683820292512484657849089 \square 81$$

gdzie pod symbolem \square kryją się cyfry (być może różne). Ile wynosi suma ukrytych cyfr?

2. Bok kwadratu wzrósł o 10%. O ile procent wzrosło jego pole?
3. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A wynosi 37° , a kąt przy wierzchołku B – 78° . Punkt D leży na boku AB , a punkt E na boku AC , przy czym prosta DE jest równoległa do prostej BC . Ile wynosi kąt $\sphericalangle DEA$?
4. Podziel poniższy sześciokąt na cztery identyczne figury.



5. Reszta z dzielenia pewnej liczby naturalnej przez 6 to 4, a reszta z dzielenia tej samej liczby przez 15 to 7. Ile wynosi reszta z dzielenia tej liczby przez 30?
6. Na 10 kartkach napisano liczby od 0 do 9, każdą dokładnie raz. Krzysiek ułożył te kartki w poniższej kolejności
- $$109 \square 7 \square 43 \square 6,$$
- przy czym niektóre odwrócił, i odwrócone kartki są oznaczone przez \square . Wiadomo, że na żadnych trzech kolejnych kartkach liczby nie są ani w porządku malejącym, ani rosnącym. Jakie liczby kryją się na odwróconych kartkach?
7. Kasia urodziła się w czwartek 1 stycznia roku 2004. W jaki dzień tygodnia będzie obchodzić swoje 50 urodziny?
8. Kot je dziennie 3 saszetki karmy, którą można kupić w opakowaniu zawierającym 5 saszetek. Jedno takie opakowanie kosztuje 12,5 zł. Pani Kasia od stycznia 2023 miała 6 kotów, a 1 lipca 2023 adoptowała jeszcze dwa kolejne. Ile musiała zapłacić za wyżywienie swoich pupili w 2023 roku?
9. Jacek wybrał się na przejażdżkę rowerem. Najpierw przez 2 godziny jechał z prędkością 15 km/h. Później spotkał Kacpra i przez godzinę prowadził rower, rozmawiając z kolegą, poruszał się wtedy z prędkością 5 km/h przez godzinę. Po tym przez 2 godziny wracał tą samą drogą do domu, jadąc ze stałą prędkością.
10. Przekątna dzieli czworokąt o obwodzie 42 cm na dwa trójkąty. Jeden z tych trójkątów ma obwód 24 cm, a drugi ma obwód 35 cm. Ile wynosi długość tej przekątnej?



1. Sumy widocznych cyfr w kolejnych liczbach wynoszą

$$86, 52, 138.$$

Skoro wszystkie trzy liczby są podzielne przez 9, to ich sumy cyfr też, więc brakujące cyfry to

$$4, 2, 6,$$

więc ich suma wynosi

$$12.$$

Ocenianie. Za jawne wyliczenie potęg przyznajemy nie więcej niż 6 punktów.

2. Niech kwadrat ma bok długości a . Wtedy bok nowego kwadratu

$$1.1a,$$

więc pole kwadratu wynosi

$$1.21a^2,$$

czyli wzrosło o 21%.

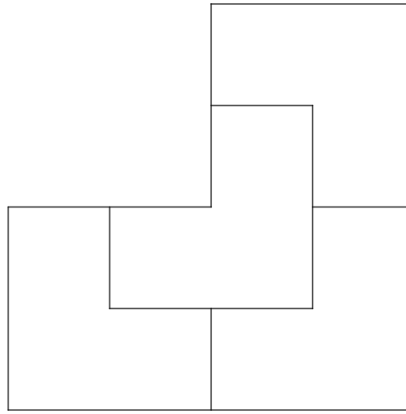
3. Kąt przy wierzchołku C wynosi

$$180^\circ - 37^\circ - 78^\circ = 65^\circ.$$

Z równoległości prostych kąt $\sphericalangle DEA$ ma taką samą miarę.

Ocenianie. Nawet jeśli zadanie nie jest rozwiązane poprawnie, za rozwiązanie z przedstawionym poprawnym rysunkiem należy przyznać przynajmniej 3 punkty.

4. Rozwiązanie na poniższym rysunku:



Ocenianie. Jakikolwiek inny podział, o ile jest poprawny, zasługuje na tyle samo punktów.

5. Skoro reszta z dzielenia przez 15 wynosi 7, to reszta z dzielenia przez 30 wynosi 7 lub 22. Tylko w tym drugim przypadku mamy zgodność z faktem, że reszta z dzielenia przez 6 wynosi 4.
6. Zakryte liczby to (w pewnej kolejności!) 2, 5, 8. Na ostatniej pozycji nie może być 5, bo wtedy ostatnie trzy cyfry tworzyłyby ciąg rosnący, nie może też tam być 2, bo przedostatnie trzy tworzyłyby ciąg malejący. Zatem na ostatniej pozycji jest 9. Na środkowej nie może stać 5 (bo 754 byłoby malejące), więc musi tam być 2. Zatem pod pierwszą ukrytą kartką musi być 5. Daje to ciąg

$$1095724386,$$

czyli kolejne ukryte cyfry to: 5, 2, 8.

7. Rok nieprzestępny ma 365 dni, a reszta z dzielenia 365 przez 7 to 1. Zatem po roku nieprzestępnym dzień tygodnia, który jest 1 stycznia przesuwa się o jeden do przodu. Po roku przestępnym przesuwa się zatem o dwa. Ponieważ rok 2004 jest przestępny, to do 50. urodzin Kasi będzie 13 lat przestępnych. Zatem łączne przesunięcie dnia tygodnia to

$$(50 - 13) + 13 \cdot 2 = 63,$$

co jest podzielne przez 7, zatem dzień tygodnia się nie zmieni i urodziny Kasi wypadną w czwartek.

8. Rok 2023 jest nieprzestępny. Od 1. stycznia do 30. czerwca jest

$$31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 = 181$$

dni, a w reszcie roku

$$31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 = 184.$$

Potrzebna pani Kasi liczba saszetek to zatem

$$181 \cdot 6 + 184 \cdot 8 = 2558.$$

Liczba 2558 przy podzieleniu przez 5 daje iloraz 511 i resztę 3. Ponieważ saszetki można kupić tylko w całych opakowaniach, pani Kasia potrzebuje ich 512, więc zapłaci

$$512 \cdot 12,5 = 6400$$

złotych.

9. Jacek jechał łącznie 5 godzin, a droga, którą pokonał w obie strony to

$$2 \cdot (2 \cdot 15 + 1 \cdot 5) = 70$$

kilometrów. Zatem jego średnia prędkość to

$$14 \text{ km/h.}$$

10. W sumie obwodów trójkątów każdy bok czworokąta jest policzony raz, a narysowana przekątna łącznie dwa razy. Zatem jej długość to

$$(24 + 35 - 41)/2 = 9 \text{ cm.}$$