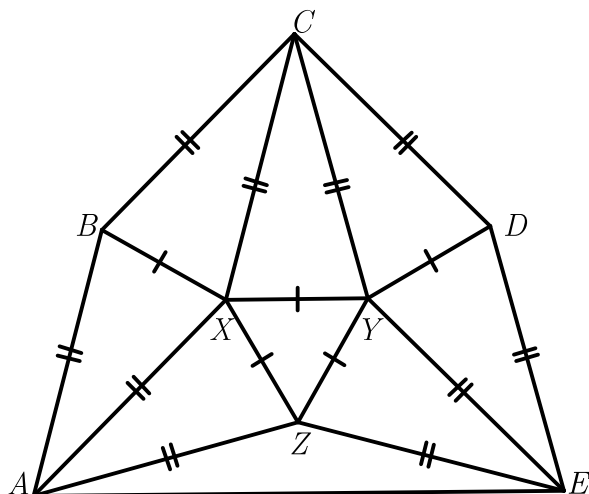




9. Irańska Olimpiada Geometryczna
Poziom podstawowy
14 października 2022

Upublicznianie poniższych treści jest zabronione do momentu udostępnienia ich na oficjalnej stronie olimpiady: igo-official.com.

Zadanie 1. Znaleźć kąty pięciokąta $ABCDE$ przedstawionego na rysunku poniżej.



Zadanie 2. Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o podstawach AB i CD . Punkty E oraz F leżą, odpowiednio, na bokach BC i AD , a punkty M, N na odcinku EF w taki sposób, że $DF = BE$ i $FM = NE$. Niech K będzie rzutem prostokątnym M na AB , zaś L rzutem prostokątnym N na CD . Udowodnić, że czworokąt $EKFL$ jest równoległobokiem.

Zadanie 3. W pięciokącie wypukłym $ABCDE$ zachodzą zależności $AB = BC = CD$ oraz $\angle BDE = \angle EAC = 30^\circ$. Wyznaczyć wszystkie możliwe wartości kąta $\angle BEC$.

Zadanie 4. Punkt D leży na boku BC trójkąta ABC w taki sposób, że prosta AD jest dwusieczną kąta BAC . Okręgi wpisane w trójkąty ABC oraz ACD są styczne zewnętrznie. Udowodnić, że $\angle ABC > 120^\circ$. (Uwaga: okrąg wpisany w trójkąt to taki okrąg, który jest styczny do wszystkich trzech boków trójkąta.)

Zadanie 5. a) Rozstrzygnąć, czy na płaszczyźnie istnieją takie cztery trójkąty równoboczne, że każde dwa z nich mają dokładnie jeden wspólny wierzchołek, i każdy punkt płaszczyzny leży na obwodzie co najwyżej dwóch z nich.

b) Rozstrzygnąć, czy na płaszczyźnie istnieją takie cztery kwadraty, że każde dwa z nich mają dokładnie jeden wspólny wierzchołek, i każdy punkt płaszczyzny leży na obwodzie co najwyżej dwóch z nich. (Uwaga: w obu podpunktach nie zakładamy nic o częściach wspólnych wewnątrz tych wielokątów.)

Czas trwania konkursu: 4 godziny.

Za każde zadanie można uzyskać maksymalnie 8 punktów.