

VIII KoALa (Kombinatoryka-Algorytmika-Logika), 2022

kategoria Juniorów (kl. VI-VIII SP)

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Fundacja Matematyków Wrocławskich

Oddział Poznański Polskiego Towarzystwa Matematycznego

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu

Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej

V Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, uczennica V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!
Odpowiedzi należy wpisać w pozostawione przy pytaniach miejsca. Czas pracy to 45 minut. Powodzenia!

.....
imię i nazwisko, klasa

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

Zad. 1. (12 pkt) Adaś gra z Basią w grę, w której ruch polega na tym, że na przemian zmieniają aktualną wartość zmiennej n , dzieląc ją przez dowolny z jej naturalnych dzielników większych od 1. Przegrywa ten, kto w swoim ruchu zmieni n na 1.

Oto przykładowe rozgrywki przy $n = 24$:

- Adaś dzieli n przez 4, więc przyjmuje ono wartość 6. Basia dzieli n przez 3, więc przyjmuje ono wartość 2 i Adaś przegrywa.
- Adaś dzieli n przez 12, więc przyjmuje ono wartość 2 i Basia przegrywa.

Jeśli Adaś zaczyna, na ile sposobów może wykonać pierwszy ruch, żeby móc zapewnić sobie wygraną (tzn., że jeśli będzie grał właściwie, Basia przegra niezależnie od jej ruchów), jeżeli:

$n = 36$

$n = 37$

$n = 13^{100}$

$n = 800$

$n = 99$

$n = 100^{100}$

Uwaga:

możliwą odpowiedzią jest 0 – oznacza to, że Adaś nie ma szans na wygraną, jeśli Basia będzie grać sprytnie.

Zad. 2. (7 pkt) Rysunek przedstawia karty, o których wiadomo, że po jednej stronie mają literę, a po drugiej liczbę. Podkreśl karty, które trzeba odwrócić, żeby przekonać się, czy to prawda, że jeśli po jednej stronie karty jest litera A, to po drugiej nie może być liczba podzielna przez 3.

A

F

C

5

2

9

Zad. 3. (15 pkt) Robot Er wykonał następujący program:

Dla liczby n równej kolejno $1, 2, 3, \dots, 100$ wypisz wszystkie liczby ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$, które są mniejsze niż połowa liczby n .

Ile liczb zostało wypisanych?

Ile razy została wypisana liczba 10?

Ile razy została wypisana cyfra 1?

W zadaniach 4 i 5 krok polega na przeniesieniu się z kwadratu, w którym się przebywa, do kwadratu sąsiadującego bokiem (czyli przemieszczeniu się o jedną kratkę w górę, w dół, na lewo lub na prawo).

Zad. 4. (12 pkt) Ile co najmniej kroków trzeba zrobić, żeby odwiedzić każdy kwadrat (niektóre być może więcej niż raz), jeśli:

zacząć należy w kwadracie A, a skończyć w kwadracie B?

zacząć należy w kwadracie B, a skończyć w kwadracie C?

zacząć należy w kwadracie C, a skończyć w kwadracie D?

A							B
							C
							D

Uwaga: początek i koniec drogi automatycznie zaliczają się do odwiedzonych kwadratów.

Zad. 5. (24 pkt) Ile jest najkrótszych (o najmniejszej liczbie kroków) dróg

(Uwaga: nie wolno wejść na żadne czarne pole!):

z kwadratu K do kwadratu L?

z kwadratu K do kwadratu M?

z kwadratu N do kwadratu M?

z kwadratu N do kwadratu Ó?

K										
										L
										M
N										
						Ó				

Zad. dodatkowe (tylko dla rozstrzygnięcia ew. remisów laureatów):

Ile cyfr ma zapis dziesiętny liczby 1234567890^{100} ?