

VIII KoALa (Kombinatoryka-Algorytmika-Logika), 2022

kategoria Seniorów (szkoły ponadpodstawowe i ponadgimnazjalne)

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Fundacja Matematyków Wrocławskich

Oddział Poznański Polskiego Towarzystwa Matematycznego

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu

Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej

V Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, uczennica V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!
Odpowiedzi należy wpisać w pozostawione przy pytaniach miejsca. Czas pracy to 45 minut. Powodzenia!

.....
imię i nazwisko, klasa

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

Zad. 1. (12 pkt) Adaś gra z Basią w grę, w której ruch polega na tym, że na przemian dzieli aktualną wartość zmiennej n przez dowolny z jej naturalnych dzielników, przy czym liczby użyte już w grze jako dzielnik nie mogą zostać użyte ponownie. Przegrywa ten, kto nie może wykonać ruchu.

Oto przykładowe rozgrywki przy $n = 12$:

- Adaś dzieli n przez 4, więc przyjmuje ono wartość 3. Basia dzieli n przez 3, więc przyjmuje ono wartość 1. Adaś dzieli n przez 1 i Basia przegrywa.
- Adaś dzieli n przez 1, więc pozostaje ono równe 12. Basia dzieli n przez 12 i Adaś przegrywa.

Jeśli Adaś zaczyna, na ile sposobów może wykonać pierwszy ruch, żeby móc zapewnić sobie wygraną (tzn., że jeśli będzie grał właściwie, Basia przegra niezależnie od jej ruchów), jeżeli:

$n = 36$

$n = 37$

$n = 13^{100}$

$n = 800$

$n = 99$

$n = 100^{100}$

Uwaga:

możliwą odpowiedzią jest 0 – oznacza to, że Adaś nie ma szans na wygraną, jeśli Basia będzie grać sprytnie.

Zad. 2. (21 pkt) Ile jest liczb, w których żadne dwie sąsiednie cyfry nie są takie same:

czterocyfrowych:

pięciocyfrowych:

Zad. 3. (12 pkt) Robot Er wykonał następujący program:

Dla liczby n równej kolejno $1, 2, 3, \dots, 100$ wypisz wszystkie liczby ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$, które są mniejsze niż połowa liczby n .

Ile liczb zostało wypisanych?

Ile razy została wypisana liczba 10?

Ile razy została wypisana cyfra 1?

W zadaniach 4 i 5 krok polega na przeniesieniu się z kwadratu, w którym się przebywa, do kwadratu sąsiadującego bokiem (czyli przemieszczeniu się o jedną kratkę w górę, w dół, na lewo lub na prawo).

Zad. 4. (9 pkt) Ile co najmniej kroków trzeba zrobić, żeby odwiedzić każdy kwadrat (niektóre być może więcej niż raz), jeśli:

zacząć należy w kwadracie A, a skończyć w kwadracie B?

zacząć należy w kwadracie B, a skończyć w kwadracie C?

zacząć należy w kwadracie C, a skończyć w kwadracie D?

A							B
							C
							D

Uwaga: początek i koniec drogi automatycznie zaliczają się do odwiedzonych kwadratów.

Zad. 5. (16 pkt) Ile jest najkrótszych (o najmniejszej liczbie kroków) dróg

(Uwaga: nie wolno wejść na żadne czarne pole!):

z kwadratu K do kwadratu L?

z kwadratu K do kwadratu M?

z kwadratu N do kwadratu M?

z kwadratu N do kwadratu Ó?

K										
										L
										M
N										
						Ó				

Zad. dodatkowe (tylko dla rozstrzygnięcia ew. remisów laureatów):

Ile cyfr ma zapis dziesiętny liczby 1234567890^{100} ?