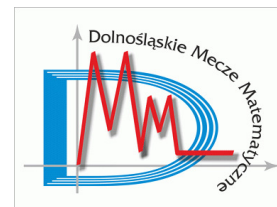


1. Masa pojemnika napełnionego wodą wynosi 35kg. Pojemnik napełniony wodą do połowy objętości waży 18kg. Ile waży pojemnik bez cieczy?
2. Na kartce napisano kolejno cyfry: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Wstaw znaki + i – w taki sposób, aby uzyskać działanie, którego wynik wyniesie 100. Wykorzystaj wszystkie cyfry i nie zmieniaj ich kolejności.
Podpowiedź: ile znaków trzeba wstawić?
3. Pociąg typu Maglev¹ o długości 500 m jedzie przez tunel o długości 500 m z szybkością $500 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile czasu potrzebuje on na pokonanie tunelu?
4. Ślimak wspina się na drzewo o wysokości 100 metrów. W ciągu dnia podnosi się o 5 metrów, zaś w nocy zsuwa się o 3 metry. Po ilu dniach ślimak dostanie się na szczyt drzewa?
5. Jaka jest miara kąta utworzonego przez wskazówkę godzinową i minutową o godzinie 16:40?
6. Darek przyszedł na przyjęcie urodzinowe Kacpra 2 minuty wcześniej niż Ala, która przyszła 8 minut wcześniej niż Ewa. Ala pierwsza opuściła spotkanie. Wyszła 4 minuty wcześniej niż Ewa i 8 minut wcześniej niż Darek. Ile minut dłużej od Ewy przebywał na spotkaniu Darek?
7. Dany jest prostopadłościan o podstawie 10 cm na 20 cm. Suma długości jego wszystkich krawędzi wynosi 200 cm. Jaka jest wysokość tego prostopadłościanu?
8. W klasie odbył się sprawdzian z matematyki, z którego $\frac{1}{7}$ uczniów dostała ocenę bardzo dobrą, $\frac{1}{3}$ ocenę dobrą, połowa ocenę dostateczną a jedna osoba ocenę niedostateczną. Ile osób jest w tej klasie?
9. Cyfrą jedności iloczynu pewnych sześciu kolejnych liczb pierwszych jest 0. Jakie to liczby?
Podpowiedź: Liczba pierwsza to taka która ma dwa różne dzielniki: 1 i samą siebie. Pamiętajmy, że 1 nie jest liczbą pierwszą.
10. Podaj, ile dzielników ma liczba 2022^4 , wiedząc, że liczba 337 ma tylko dwa.

¹Maglev (z j.ang. *Magnetic Levitation* - lewitacja magnetyczna – kolej poruszająca się bez styku pojazdu z torem, dzięki unoszeniu elektromagnetycznemu, może osiągać bardzo duże prędkości)



1. 1 kg. Dwa takie same pojemniki, oba napełnione do połowy, ważą w sumie 36 kg, co daje nam masę cieczy zajmującej całą objętość jednego pojemnika + masę dwóch pustych pojemników. Stąd odejmując od tego masę jednego pojemnika wypełnionego w całości wodą otrzymujemy masę samego pojemnika: $36 \text{ kg} - 35 \text{ kg} = 1 \text{ kg}$

Za zauważenie że 2 pojemniki napełnione do połowy dają nam wagę 2 pojemników w tym jednego pełnego i jednego pustego dajemy 8 punktów. Za poprawne doprowadzenie rozwiązania do końca dajemy 2 punkty.

2. $100 = 123 - 45 - 67 + 89.$

3. 7.2 sekundy. Zadanie możemy rozwiązać, rozważając położenie czoła pociągu. Po przejechaniu 500m czoło pociągu wyjeżdża z tunelu, jednak reszta pociągu jeszcze w nim jest, więc aby cały pociąg znalazł się poza tunelem, musi pokonać jeszcze dystans równy jego długości, czyli kolejne 500m. Zatem do obliczenia czasu potrzebnego na przejazd pociągu przez tunel przyjmujemy, że pokonał on odległość 1000m.

$$t = \frac{1000 \text{ m}}{500 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1000 \text{ m}}{500000 \frac{\text{m}}{\text{h}}} = \frac{1}{500} \text{ h} = \frac{3600}{500} \text{ s} = 7.2 \text{ s}$$

Za samo zauważenie, że należy obliczyć czas, w jakim pociąg pokona 1000 metrów, przyznajemy pięć punktów. W przeciwnym wypadku można przyznać co najwyżej trzy.

4. Sumarycznie ślimak w ciągu doby pokonuje 2 metry w górę. Po 48 dobach będzie na wysokości 96 metrów, czyli 49. dnia przekroczy 100 metrów i dostanie się na szczyt drzewa.

Za zauważenie, że w ciągu doby ślimak przesuwają się o 2 metry, przyznajemy 3 punkty. Przy nieuwzględnieniu faktu, że ostatniego dnia ślimak nie zdąży się zsunąć przyznajemy co najwyżej trzy punkty.

5. 100° . Gdyby o 16:40 wskazówka godzinowa była na czwórce, a minutowa na ósemce, to tworzyłyby kąt 120° . Należy jednak uwzględnić ruch wskazówki godzinowej pomiędzy pełnymi godzinami. Na zegarze między czwórką a piątką mamy kąt 30° . Wskazówka godzinowa w przeciągu 40 minut pokonała $\frac{2}{3}$ tej odległości, czyli $\frac{2}{3} \cdot 30^\circ = 20^\circ$. Stąd miara szukanego kąta wynosi $120^\circ - 20^\circ = 100^\circ$. Uznajemy także obliczenie dopełniającego kąta wklęsłego o mierze $360^\circ - 100^\circ$. *Za policzenie kąta dla wskazówek znajdujących się na czwórce (godzinowa) i ósemce (minutowa) dajemy 3 punkty.*

6. 14 minut, Darek przyszedł o $8 + 2 = 10$ minut wcześniej i wyszedł o $8 - 4 = 4$ minuty później. Czyli przebywał na spotkaniu o 14 minut dłużej.

Za policzenie, ile minut później Darek opuścił przyjęcie dajemy 4 punkty. Za poprawne policzenie, ile minut wcześniej niż Ewa zjawił się na przyjęciu dajemy 4 punkty. Za poprawną dalszą część rachunków dajemy 2 punkty.

7. 20cm. Zauważmy, że obwód jednej podstawy wynosi 60cm. Stąd otrzymujemy wynik $\frac{(200-2 \cdot 60)}{4} = 20 \text{ cm}$.

-
8. 42. Przez x oznaczmy szukaną liczbę uczniów; zapisujemy równanie: $\frac{1}{7}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + 1 = x$. Otrzymujemy z niego $x = 42$. Alternatywnym rozwiązaniem jest znalezienie najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb 2, 3, 7 i pokazanie, że spełnia ona warunki zadania.
9. Zauważmy, że aby cyfrą jedności iloczynu liczb pierwszych było 0 wśród nich muszą znajdować się liczby 2 i 5. Zatem szukane 6 kolejnych liczb pierwszych to 2, 3, 5, 7, 11, 13.
Za zauważenie, że wśród szukanych liczb musi być 2 i 5 dajemy 7 punktów. Za pomyłkę przy wypisywaniu pozostałych liczb pierwszych odejmujemy po 1 punkcie, ale nie więcej niż 3 punkty w sumie.
10. Zauważmy, że $2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$. Wtedy $2022^4 = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 337^4$. Zatem liczba dzielników wynosi $5^3 = 125$, bo każdy dzielnik jest postaci $2^a \cdot 3^b \cdot 337^c$, gdzie a, b, c to liczby naturalne od 0 do 4.
3 pkt można przyznać za rozłożenie 2022 na czynniki pierwsze