DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XVIII – ROK SZKOLNY 2018/2019

SP JUNIORZY – RUNDA ELIMINACYJNA

MECZ I

1) Ile jest liczb co najwyżej pięciocyfrowych podzielnych przez 3, których iloczyn cyfr wynosi 5?

2) Miary kątów w stopniach pewnego trójkąta równoramiennego wyrażają się liczbami całkowitymi. Jakie miary mają pozostałe kąty tego trójkąta, jeśli jeden ma miarę 55°?

3) Jakie liczby dwucyfrowe zwiększają się dziewięciokrotnie po wstawieniu dodatkowej cyfry między ich cyfry dziesiątek i jedności?

4) Podane liczby mają wspólny trzycyfrowy dzielnik. Jaki? Wykonaj jak najmniej rachunków. 33535, 313111, 73777, 29299, 3883.

5) Autokary z zaprzyjaźnionych szkół w Anomalii i Banialuce zabrały uczniów i wyjechały na piknik matematyczny. Mają spotkać się po upływie 6 godzin od wyjazdu pierwszego z nich. O ile później powinien wyjechać autokar z Banialuki, aby piknik odbył się w połowie drogi między szkołami, jeśli jedzie ze średnią prędkością $1^1/_3$ razy większą?

6) Woda płynąca jednocześnie z kranów *A*, *B* i *C* napełnia basen w ciągu czterech godzin. Woda płynąca tylko z kranu *A* napełnia w ciągu godziny $^1/_{10}$ basenu, a płynąca tylko z kranu *B* – $^1/_{12}$ basenu. Ile czasu trwałoby napełnianie basenu wodą płynącą tylko z kranu *C*?

7) Ile wynosi $2019^2 – 2018^2$?

8) Agatka zapomniała trzycyfrowy kod do otwarcia pamiętnika, ale pamięta, że był on liczbą pierwszą o iloczynie cyfr 27. Ile co najwyżej możliwych kodów musi wypróbować?

9) W trójkącie *ABC* poprowadzono wysokości z wierzchołków *B* i *C*. Przecięły one przeciwległe boki odpowiednio w punktach *E* i *D*. Okazało się, że punkty te były równoodległe od wierzchołka *A*. Pokaż, że trójkąt *ABC* jest równoramienny.

10) Do dwóch jednakowych szklanek mama wlała po 200 ml coca-coli i pepsi-coli. Następnie przelała łyżkę coca-coli do szklanki z pepsi-colą, zawartość starannie wymieszała, a następnie łyżkę tej mieszanki przelała z powrotem do szklanki z coca-colą. Czego było wówczas więcej: coca-coli w pepsi-coli czy pepsi-coli w coca-coli?

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XVIII – ROK SZKOLNY 2018/2019
SP JUNIORZY – RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I
SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Aby iloczyn cyfr był równy 5, liczba musi zapisywać się jedną piątką i samymi jedynkami (w dowolnej kolejności). Dla liczb jednocyfrowych jest to tylko 5, ale nie jest podzielne przez 3. Dla liczb dwucyfrowych używamy cyfr 5 i 1 na 2 sposoby, suma cyfr daje liczby podzielne przez 3. Liczb trzy- i czterocyfrowych nie ma, bo suma cyfr wynosi wówczas 7 lub 8. Liczb pięciocyfrowych jest 5 (piątka na wybranym miejscu i reszta to jedynki) i każda z nich dzieli się przez 3, bo suma cyfr to 9. Zatem szukanych liczb jest 7.

2. Trójkąt równoramienny naprzeciwko przystających boków ma równe kąty. Jeśli kąt o mierze 55° leżałby przy podstawie, to pozostałe kąty miałyby 55° i 70°. Jeśli leżałby naprzeciw podstawy, to suma miar kątów przy podstawie byłaby liczbą nieparzystą i nie dawała się podzielić w sposób całkowity na 2, wiec ten przypadek należy odrzucić. Za rozważenia tylko jednego przypadku odejmujemy 5 pkt, za nieodrzucenie rozwiązania niecałkowitego odejmujemy 3 pkt.

3. Niech dana liczba ma zapis *ab*, gdzie $a \neq 0$, $b \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$. Z warunków zadania mamy $100a + 10x + b = 9\cdot(10a+b)$, skąd $a+x = {}^4/_5 b$. Stąd $b = 5$ lub $b = 0$. Jeśli $b = 0$, to $a + x = 0$ i rozwiązanie nie istnieje (za brak rozpatrzenia tego przypadku odejmujemy 4 pkt). Jeśli $b = 5$, to $a + x = 4$ i mamy cztery możliwości: a=1 i x=3, a=2 i x=2, a=3 i x=1, a=4 i x=0. Szukane liczby to: 15, 25, 35 i 45. Za pominięcie jednej przyznajemy 4 pkt, za więcej – 0 pkt.

4. Spośród podanych liczb najmniejsza 3883 dzieli się przez 11 (uczeń powinien poprawnie podać cechę podzielności przez 11, w przeciwnym razie odejmujemy 2 pkt) i daje trzycyfrowy wynik 353. Liczby pierwsze mniejsze od 11 nie są dzielnikami tej liczby (cechy podzielności), a z liczb pierwszych większych od 11 sprawdzamy tylko 13 (bo dzielenie przez 17 lub więcej da wynik dwucyfrowy). 13 dzielnikiem nie jest, ale trzeba sprawdzić, czy nie spełnia warunków zadania (za poprzestanie na podzielności przez 11 odejmujemy 4 pkt). Zatem żaden inny dzielnik liczby 3883 nie będzie trzycyfrowy, więc 353 to jedyna liczba spełniająca warunki zadania. W zadaniu wykonano 2 dzielenia (przez 11 i 13). Dopuszczamy ew. dzielenie przez 17. Za większą liczbę wykonanych działań (6 włącznie) odejmujemy 3 pkt. Za 7 działań lub więcej przyznajemy 3 pkt.

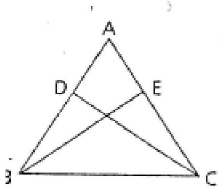
5. Niech v oznacza prędkość autokaru z Anomalii, a x – czas o który wcześniej musi on wyjechać. Aby autokary spotkały się w połowie drogi, musi zachodzić $6v = (6–x)\cdot{}^4/_3 v$. Stąd otrzymujemy $x = 1{,}5$, zatem autokar z Banialuki musi wyjechać 1,5 h później.

6. Woda płynąca jednocześnie z kranów *A*, *B* i C w ciągu godziny napełnia $^1/_4$ basenu. Jaką część basenu napełni w ciągu godziny woda z kranu *C*, obliczmy z równania $^1/_{10} + {}^1/_{12} + x = {}^1/_4$, skąd $x = {}^1/_{15}$. Zatem napełnianie całego basenu wodą płynącą tylko z kranu *C* trwałoby 15 godzin. Za bardziej skomplikowane rachunki odejmujemy 2 pkt.

7. Niech dane będzie 2019^2 jednostkowych kwadratów. Układamy z nich kwadrat o boku 2019. Z prawego górnego rogu wycinamy kwadrat o boku 2018. Pozostaje zewnętrzna warstwa kwadratów w kształcie litery L. Składa się ona z 2019 kwadratów w pionie i jeszcze 2018 w poziomie, czyli wynik to 4037. Jeśli uczeń skorzysta ze wzoru skróconego mnożenia na różnicę kwadratów, powinien go uzasadnić na prośbę jury. Jeśli tego nie zrobi, odejmujemy 2 pkt.

8. $27 = 3^3$ i jest jednoznacznie iloczynem trzech liczb jednocyfrowych $1\cdot3\cdot9$. Istnieje 6 możliwych ustawień tych cyfr w liczbę 3-cyfrową: 139, 193, 319, 391, 913, 931. Ale liczba 319, 391 i 913 są podzielne przez 11, a liczba 931 przez 7. Pozostałe liczby (139 i 193) są pierwsze, co trzeba sprawdzić, dzieląc je przez liczby pierwsze nie przekraczające 13. Uczeń powinien opisać sposób wykonywania tych sprawdzeń. Za wykonywanie niepotrzebnych dzieleń odejmujemy 3 pkt.

9. Trójkąty *AEB* i *ACD* są przystające, bo mają jednakowe wszystkie kąty i równy jeden bok |*AD*|=|*AE*|. Zatem ich przyprostokątne leżące naprzeciw kąta *A* są równe. Boki, na które opadają równe wysokości, muszą być równe (ze wzoru na pole trójkąta). Za bardziej skomplikowane rozwiązanie odejmujemy 2 pkt.



10. Rozpatrzmy dwie sytuacje: Gdyby pepsi coli w coca coli było mniej niż coca coli w pepsi coli, to w obu szklankach naraz byłoby więcej niż 250 ml coca coli, co jest sprzeczne z warunkami zadania. Gdyby zaś pepsi coli w coca coli było więcej niż coca coli w pepsi coli, to w obu szklankach byłoby mniej niż 250 ml coca coli, co też jest sprzeczne z warunkami zadania. Zatem coca coli w pepsi coli jest tyle samo co pepsi coli w coca coli.

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XVIII – ROK SZKOLNY 2018/2019

SP JUNIORZY – RUNDA ELIMINACYJNA

MECZ II

1. Czy 2018 można zapisać jako iloczyn dwóch liczb pierwszych?

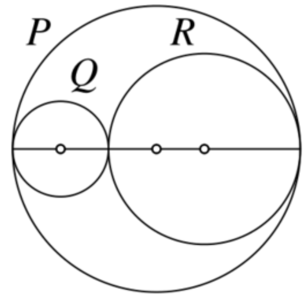
2. Czy liczba $2019^2 - 2014^2$ jest wielokrotnością piątki?

3. Pierwszy kran napełnia basen w ciągu 2 godzin, a drugi w ciągu 4 godzin. Napełniony basen opróżnia się przez otwór spustowy w ciągu 3 godzin. Napełnianie pustego basenu rozpoczęto, odkręcając jednocześnie oba krany, jednak wcześniej pracownik obsługi zapomniał zakręcić zawór spustowy. Jak długo będzie napełniał się basen?

4. Ile jest liczb trzycyfrowych, których iloczyn cyfr wynosi 12?

5. Przez jaką liczbę 10 razy trzeba podzielić 100 aby wyszło 50?

6. Okręgi *P*, *Q*, *R* są wzajemnie styczne, a ich środki leżą na średnicy okręgu *P*. Ile wynosi stosunek sumy obwodów okręgów *Q* i *R* do obwodu okręgu *P*?

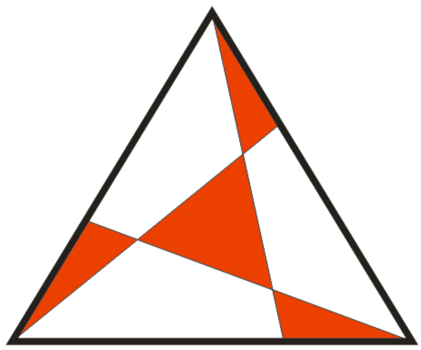


7. Liczba naturalna n przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2. Jaką resztę daje liczba n^2+1 przy dzieleniu przez 5?

8. 500500 jest sumą początkowego odcinka kolejnych liczb naturalnych. Ilu?

9. Czy istnieje trójkąt o bokach długości 2007^{2017}, 2008^{2018}, 2009^{2019}?

10. Matlandia ma flagę państwową w kształcie trójkąta równobocznego. Flaga jest biało-czerwona jak na rysunku (czerwony skserowany jest na szaro). Odcinki, które wychodzą z wierzchołka, dzielą przeciwległy bok na części w stosunku 1:2. Jaką część pola flagi stanowi kolor czerwony?



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XVIII – ROK SZKOLNY 2018/2019
SP JUNIORZY – RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II
SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. 2018 dzieli się przez 2, które jest liczbą pierwszą. Drugim czynnikiem pierwszym musi być 1009. Trzeba sprawdzić jej pierwszość (podzielność przez liczby pierwsze mniejsze od 3 do 31). Za więcej sprawdzeń odjąć 2 lub 3 pkt.

2. Badamy ostatnią cyfrę wyniku. Odjemna kończy się na 1, a odjemnik na 6, wobec tego różnica kończy się na 5. Za brak uzasadnienia, że ostatnia cyfra iloczynu/różnicy zależy tylko od ostatnich cyfr czynników/składników odejmujemy 4 pkt (uzasadnienia np. z algorytmu działań pisemnych). Uczeń powinien zacytować poprawnie cechę podzielności przez 5. Można też otrzymać odpowiedź ze wzoru na różnicę kwadratów, ale ten wzór uczeń powinien umieć uzasadnić. W przeciwnym razie odjąć 2 pkt.

3. Pierwszy kran w ciągu godziny napełnia $^1/_2$ basenu, a drugi $^1/_4$. Natomiast przez otwór spustowy w ciągu godziny wypływa ilość wody stanowiąca $^1/_3$ objętości basenu. Załóżmy, że po otwarciu obu kranów i nie zamknięciu otworu spustowego basen napełnia się w ciągu x godzin, czyli w godzinę napełnia się jego $^1/_x$ część. Zatem $^1/_x = {}^1/_2 + {}^1/_4 - {}^1/_3 = {}^5/_{12}$. Stąd $x = 2^2/_5$, czyli basen napełni się w ciągu 2 godzin i 24 minut.

4. 12 można przedstawić jako iloczyn liczb jednocyfrowych na 3 sposoby $6\cdot2\cdot1$, $4\cdot3\cdot1$, $3\cdot2\cdot2$. Z cyfr 6, 2, 1 oraz 4, 3, 1 można złożyć po 6 liczb trzycyfrowych (=3!) a z cyfr 3, 2, 2 – jeszcze 3 liczby trzycyfrowe (wybór miejsca dla trójki). Zatem szukanych liczb jest 6+6+3 = 15.

5. Niech x oznacza szukaną liczbę. Musi zachodzić $100/x^{10} = 50$. Stąd $x^{10}=2$ i $x = \sqrt[10]{2} \approx 1{,}07177\ldots$

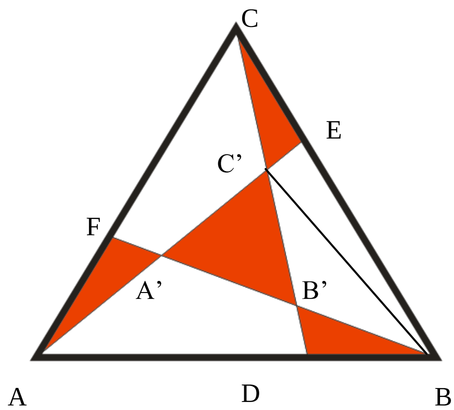
6. Z warunków styczności średnice okręgów Q i R sumują się do średnicy P, więc promienie Q i R – do promienia P. Wszystkie okręgi są podobne. Jeśli skala podobieństwa okręgów wynosi k, to zarówno ich promienie jak i obwody pozostają w stosunku k. Niech Q i P będą podobne w skali a, a R i P – w skali b. Wówczas (ob Q + ob R)/ob P = ob Q/ob P + ob R/ob P = $a + b = r_Q/r_P + r_R/r_P = (r_Q+r_R)/r_P = r_P/r_P = 1$.

7. Liczbę n można zapisać jako $5k+2$. Wówczas $n^2+1 = (5k+2)(5k+2) = 25k^2+10k+10k+4+1$, co dzieli się przez 5 (bo każdy składnik jest podzielny), czyli szukana reszta wynosi 0. Jeśli uczeń skorzysta ze wzoru skróconego mnożenia na różnicę kwadratów, powinien go uzasadnić na prośbę jury. Jeśli tego nie zrobi, odejmujemy 4 pkt

8. Niech $500500 = 1+2+3+\ldots+n$. Wówczas $1001000 = 2\cdot(1+2+3+\ldots+n) = \cdot(1+2+3+\ldots+n) + \cdot(n+\ldots+3+2+1) = (n+1)+(n+1)+\ldots+(n+1)$, gdzie nawiasów jest n. To daje $n(n+1) = 1001000$, czyli to jest iloczyn dwóch kolejnych liczb, a to jak widać z zapisu dziesiętnego może być $1000\cdot1001$. Innych możliwości nie ma, bo każde inne kolejne 2 czynniki dadzą zawsze albo liczbę większą, albo mniejszą Stąd n=1000. Uczeń może skorzystać ze wzoru na sumę kolejnych liczb naturalnych, ale wówczas powinien go uzasadnić (czyli przeprowadzić powyższe rozumowanie). Jeśli tego nie zrobi, odejmujemy

9. Jeśli a, b, c oznaczają długości boków trójkąta, to z nierówności trójkąta zachodzi $a+b > c$, $a+c > b$ i $b+c > a$. Przyjmując $a = 2007^{2017}$, $b = 2008^{2018}$, $c = 2009^{2019}$, otrzymujemy natomiast $a+b < c$, bowiem $2007^{2017} + 2008^{2018} < 2 \cdot 2008^{2018} < 2008 \cdot 2008^{2018} = 2008^{2019} < 2009^{2019}$. Stąd wynika, że trójkąt o podanych długościach boków nie istnieje.

10. Oznaczmy czerwone pole $CC'E = BB'D = AA'F$ jako a. Wówczas $BC'E = AB'D$ = A'CF to $2a$. Natomiast b niech oznacza pole $BB'C'$ = $AB'A'$ = $CA'C'$, a x - pole trójkąta $A'B'C'$. Pole trójkąta ADC jest 2 razy większe od BDC, co daje równość $8a+2b = 5a+2b+x$, skąd x=3a. Także pole trójkąta ADC' jest dwa razy większe od pola BDC', co daje równość $x+b+2a = 2a+2b$, skąd x=b, czyli b=3a. Całe pole trójkąta ABC to 21a, a pole czerwone to 6a, co stanowi $^2/_7$ całości.



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XVIII – ROK SZKOLNY 2018/2019

SP JUNIORZY – RUNDA ELIMINACYJNA

MECZ III

1. Ile jest liczb trzycyfrowych podzielnych przez 7 lub 11?

2. Tomek napisał dwie liczby całkowite dodatnie za pomocą cyfr: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Każda z tych cyfr występowała tylko w jednej z liczb i to dokładnie raz. Gdy liczby te dodał, otrzymał 750. Jakie liczby napisał?

3. W dwóch hotelach wybudowano prostokątne baseny o całkowitoliczbowych wymiarach. Basen w Hydropolu ma powierzchnię 240 m^2, a basen w Hydroluxie ma powierzchnię 350 m^2 oraz jest o 5 m dłuższy i o 2 m szerszy niż w Hydropolu. Jakie wymiary mogą mieć baseny w tych hotelach?

4. Ile jest liczb trzycyfrowych, których suma, cyfr wynosi 12?

5. W karawanie są dromadery i wielbłądy dwugarbne. W sumie w karawanie jest 50 garbów i 136 nóg. Ile których zwierząt idzie w karawanie?

6. Podczas treningu cyklistka Laura jechała przez 10 min z prędkością 12 km/h potem przez 15 min z prędkością 10 km/h, a następne 5 km przejechała z prędkością 15 km/h, Jaka była jej średnia prędkość jazdy?

7. Zapisz liczbę $\frac{1}{2018}$ w postaci sumy odwrotności dwóch liczb całkowitych.

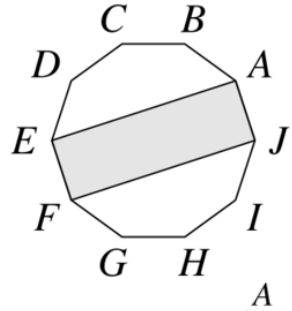
8. Jaka jest najmniejsza liczba naturalna posiadająca 32 różne dzielniki?

9. Wewnątrz dziesięciokąta foremnego utworzono czworokąt, którego dwoma bokami były przeciwległe boki dziesięciokąta. Jaką część dziesięciokąta stanowił ten czworokąt?

10. Ile jest par liczb całkowitych (m, n), dla których prawdziwe jest zdanie: m-kąt foremny ma kąt zewnętrzny o mierze $n°$, a n-kąt foremny ma kąt zewnętrzny o mierze $m°$.

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XVIII – ROK SZKOLNY 2018/2019
SP JUNIORZY – RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III
SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Liczb trzycyfrowych jest 999–99 = 900. Co siódma z nich dzieli się przez 7 (to daje [900:7]=128 liczb), a co 11 dzieli się przez 11 (to daje [900:11] = 81 liczb). Jednak co 77 liczba dzieli się jednocześnie przez 7 i 11 (wspólne wielokrotności – jest ich [900:77] = 11). Zatem liczb podzielnych przez 7 lub 11 jest 128+81–11 = 198.
2. Obie liczby musiały być trzycyfrowe. Aby wynik kończył się zerem, składniki musiały kończyć się na 4 i 6, co daje przeniesienie jednostki do rzędu dziesiątek. Cyfry dziesiątek powinny sumować się z końcówką 4. Z pozostałych cyfr można to uzyskać jedynie cyframi 1 i 3. Zostają cyfry 2 i 5 do rzędu setek. W I składniku cyfry w trzech rzędach wstawiamy niezależnie, na każdym miejscu mamy 2 możliwości wyboru, a ustalenie I składnika daje jednoznacznie II składnik. Dlatego Tomek mógł napisać jedną z 8 par liczb: (214, 536) (514, 236), (234, 516), (534, 216), (216, 534) (516, 234), (236, 514), (536, 214). Za pominięcie jednej możliwości odejmujemy 6 pkt, za więcej niż jednej przyznajemy 0 pkt. Za poprawną odpowiedz bez uzasadnienia, ze to wszystkie możliwości, przyznajemy 2 pkt.
3. Niech x jest długością, a y szerokością basenu w Hydropolu. Mamy $(x+5)(y+2) = 350$, czyli $xy+2x+5y+10 = 100$. Podstawiając $xy = 240$, otrzymujemy $2x+5y = 100$, czyli $x = 50–2{,}5y$. Stąd szerokość $y <20$ i musi być liczbą parzystą. Mamy więc 9 możliwych rozmiarów basenu w Hydropolu: 2×45, 4×40, 6×35, 8×30, 10×25, 12×20, 14×15, 16×10, 18×5. Jednak dwa ostatnie przypadki musimy odrzucić, bo y jest w nich długością basenu, a nie szerokością i one nie będą spełniały warunków zadania, bo wówczas w Hydroluxie otrzymamy baseny 18×15 i 20×10, co oznacza, że są dłuższe o 2 m, a szersze o 5. Jest zatem 7 możliwych rozmiarów basenów w każdym z hoteli. Za zaliczenie 9 możliwości odejmujemy 5 pkt. Za pominiecie jakiejś przyznajemy 0 pkt.
4. Wszystkie możliwe rozkłady 12 na sumę trzech cyfr to: 9+3+0 (**4** możliwe liczby), 9+2+1 (**6** liczb), 8+4+0 (**4** liczby), 8+3+1 (**6** liczb), 8+2+2 (**3** liczby), 7+5+0 (**4** liczby), 7+4+1 (**6** liczb), 7+3+2 (**6** liczb), 6+6+0 (**2** liczby), 6+5+1 (**6** liczb), 6+4+2 (**6** liczb), 6+3+3 (**3** liczby), 5+5+2 (**3** liczby), 5+4+3 (**6** liczb) i 4+4+4 (**1** liczba). Razem mamy 66 możliwych liczb trzycyfrowych.
5. Każdy wielbłąd ma 4 nogi, czyli jest ich w karawanie 136:4 = 34. Gdyby każdy miał jeden garb, zostałoby 50-34 = 16 garbów w nadmiarze i można nimi obdzielić 16 zwierząt dwugarbnych. Dromaderów będzie wiec 34-16 = 18. Za bardziej skomplikowane rachunki odejmujemy 2 pkt.
6. Prędkość średnia to całkowita przejechana droga podzielona przez czas jazdy. Laura przejechała $12\cdot{}^1/_6 + 10\cdot{}^1/_4 + 5 = 9{,}5$ km w czasie ${}^1/_6 + {}^1/_4 + {}^5/_{15} = {}^1/_6 + {}^1/_4 + {}^1/_3 = {}^3/_4$ godziny. Jej średnia prędkość wyniosła więc $9{,}5 : {}^3/_4 = 12$ i ${}^2/_3$ km/h.
7. Szukamy jednego z możliwych rozkładów, np. postaci $\frac{1}{2018} = \frac{1}{n} + \frac{1}{2n}$. Mamy $\frac{1}{2018} = \frac{2n+n}{2n^2} = \frac{3}{2n}$. Stąd $n = 1009\cdot3 = 3027$, a szukany rozkład to $\frac{1}{3027} + \frac{1}{6054}$. Za istotnie bardziej skomplikowane rozwiązanie odejmujemy 2 pkt.
8. 32 dzielniki posiada np. 31. potęga dwójki. Są nimi: 1, 2, 2^2, 2^3, …, 2^{31}. Z potęg liczb pierwszych to jest najmniejsza liczba o 32 dzielnikach. Znacznie mniejsza jest jednak liczba $2^{15}\cdot3$ i też ma 32 dzielniki. Dzielniki tej liczby są postaci $2^x\cdot3^y$, gdzie x wybieramy na 16 sposobów (od 0 do 15), a y na 2 sposoby (0 lub 1). Dzielników wychodzi $2\cdot16 = 32$. Ale $32 = 4\cdot8$, a tyle dzielników będzie miała liczba $2^7\cdot3^3$. Ponadto $32 = 2\cdot2\cdot8$, więc trzeba też rozważyć liczbę $2^7\cdot3\cdot5$, a ta jest mniejsza niż poprzednia. Pozostaje jeszcze $32 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$, które prowadzi do liczby $2\cdot3\ 5\cdot7\cdot11$, ale ona jest już większa. Najmniejszą liczbą o 32 dzielnikach jest więc $2^7\cdot3\ 5 = 1920$.Uczeń powinien wykonać porównania przez szacowanie (porównywanie czynników), a nie wyliczanie wartości. W przeciwnym razie odejmujemy 2 pkt (przy poprawnej metodzie i wyniku).
9. Przeciwległe boki dziesięciokąta foremnego są równoległe. Utworzony czworokąt jest prostokątem (za brak uzasadnienia odjąć 2 pkt). Dziesięciokąt można podzielić na 10 trójkątów równoramiennych o wierzchołku w środku wielokąta. Trójkąty AOJ i EFJ stanowią 2 z tych trójkątów i mają pola takie jak EOA i FOJ (równe podstawy, wspólna wysokość – za brak uzasadnienia odjąć kolejne 2 pkt). Stąd cały prostokąt to ${}^4/_{10}={}^2/_5$ dziesięciokąta.



10. Kąt zewnętrzny wielokąta jest przyległy do kąta wewnętrznego. Jeśli kąt zewnętrzny ma n°, to wielokąt foremny ma $360/n$ boków. Stąd mamy $m=360/n$ i $n=360/m$. Zatem $m\cdot n = 360$, więc m jest dowolnym dzielnikiem 360 większym od 2 (za doliczenie 1 lub 2, które nie dadzą wielokąta odejmujemy 4 pkt). Jest ich 20 (3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120), jest więc 20 możliwych par (m, $360/m$).