

KONKURS MATEMATYCZNY KO-MA 2015

ELIMINACJE SZKOLNE (PONADGIMNAZJALNE)

Imię i nazwisko: klasa:

Zad. 1. Odpowiedz na pytania dotyczące G. Boole'a.

- a) W jakim mieście pracował jako nauczyciel?
.....
- b) W jakim mieście pracował jako matematyk?
.....
- c) Jaka rocznica z nim związana wypada w tym roku?
.....
- d) Z czego jest znany w matematyce?
- 1)
- 2)

Zad. 2. Podaj przykład z zakresu matematyki zdania logicznego i zdania niebędącego zdaniem logicznym.

- a)
- b)

Zad. 3. Czy podane zdania są prawdziwe?

- a) Jeśli Lincoln odkrył Amerykę, TAK/NIE
to stolicą Nebraski jest Omaha.
- b) Najdłuższą rzeką Polski jest Odra, TAK/NIE
która wpada do Bałtyku.
- c) Woda wrze w temperaturze 100°C , TAK/NIE
a zamarza w temperaturze 0°C
i litr wody waży więcej niż litr lodu.

Zad. 4. Fałszywości jakiego zdania trzeba dowieść, aby udowodnić, że:

- a) Marcin jest wyższy od Wojtka lub Tomek jest niski.
.....
.....
- b) Nieprawda, że Nel nie jest zła lub nie jest nieładna.
.....
.....
- c) Jeśli Jan jest piękny i młody, to jego syn jest bogaty.
.....
.....

Zad. 5. Zaznacz zdania, które znaczą to samo, co zdanie: Jeśli pada, to nie chodzę do parku.

- a) Jeśli chodzę do parku, to nie pada.
b) Chodzę do parku, jeśli nie pada.
c) Jeśli nieprawda że nie chodzę do parku, to nie pada.
d) Jeśli nie pada, to chodzę do parku.
e) Pada i nie chodzę do parku.
f) Nie pada lub nie chodzę do parku.

Zad. 6. Parlament uchwalił nowe przepisy dotyczące kart do gry. Muszą one spełniać warunek: jeśli na awersie karty jest piątka, to rewers karty musi mieć czerwone tło. Urzędnik z Najwyższej Izby Kontroli wyjął z pewnej talii karty:



Które powinien odwrócić, aby jak najszybciej przekonać się, czy przepis nie został złamany?

.....

Zad. 7. Inspektor Smart przesłuchuje podejrzanych o kradzież szkolnego kaloryfera. Wie, że jeden z nich to zrobił. Wie też, że żaden nie potrafi wypowiedzieć dwóch kolejnych zdań, nie kłamiąc przynajmniej raz. Podejrzani złożyli takie zeznania:

Anzelm: Jestem niewinny. To Celestyn ukraść.
Bartosz: Anzelm jest niewinny. Kłamie kiedy mówi, że Celestyn jest winny.
Celestyn: Anzelm jest niewinny. Bartosz jest niewinny.
Kogo powinien aresztować inspektor Smart?

.....

Zad. 8. Zapisz prawa:

- a) przemienności koniunkcji
.....
.....
- b) rozdzielności alternatywy wykluczającej względem alternatywy
.....
.....

Czy są one prawdziwe? a) b)

KONKURS MATEMATYCZNY KO-MA 2015

Zad. 9. Zapisz w najprostszej postaci zdania, w których wyróżniony spójnik występuje 2015 razy.

a) NOT NOT ... NOT a

.....

b) a AND NOT a AND a AND NOT a ... AND NOT a

.....

c) a OR NOT a OR a OR NOT a ... OR NOT a

.....

d) a XOR NOT a XOR a XOR NOT a ... XOR NOT a

.....

Zad. 10. Ile zdań p_n powinno być prawdziwych, żeby poniższe wyrażenia były prawdziwe?

a) p_1 AND p_2 AND ... AND p_{2016}

.....

b) p_1 OR p_2 OR ... OR p_{2016}

.....

c) p_1 XOR p_2 XOR ... XOR p_{2016}

.....

d) $(p_1$ AND p_2 AND ... AND $p_{2016}) \Rightarrow (p_1$ XOR p_2 XOR ... XOR $p_{2016})$

.....

Zad. 11. Czy możliwe jest, żeby dokładnie n zdań spośród $p_1, p_2, \dots, p_{2016}$ było prawdziwych, jeśli prawdziwe jest poniższe zdanie złożone?

$(p_1$ XOR p_3 XOR ... XOR $p_{2015})$ AND $(p_2$ XOR p_4 XOR ... XOR $p_{2016})$

a) $n = 77$

b) $n = 88$

c) $n = 100$

d) $n = 2015$

Zad. 12. Podaj przykładowe wartości logiczne zdań prostych, dla których dane wyrażenie jest 1) prawdziwe, 2) fałszywe.

a) p AND (NOT $q \Rightarrow r$)

1)

2)

p and $((\neg p$ or $\neg q$ or $\neg r$ or $\neg s$ or $\neg t) \Rightarrow \neg ((q$ and $(\neg p$ or $\neg r$ or $\neg s$ or $\neg t))$ or $(p$ and q and r and s and $t)))$

b) NOT p OR $(r \Rightarrow (p$ OR $q))$

1)

2)

c) $(p$ XOR $q)$ AND $(p$ XOR $r)$ AND $(p$ XOR $s)$ AND $(p$ XOR $t)$

1)

2)

Zad. 13. Ile jest spójników logicznych:

a) 2-argumentowych, których nie da się wyrazić spójnikiem 1-argumentowym?

b) czteroargumentowych?

c) trójargumentowych, których wartość nie zmienia się po zamianie 1 argumentu z 3?

d) trójargumentowych, których wartość nie zależy od trzeciego argumentu?

Zad. 14. Definiujemy spójnik

$*(x, y) = x$ OR NOT $(y \Rightarrow (x$ OR $(y$ XOR NOT $(y$ OR $x))))$.

a) Jaka jest wartość logiczna $*(0, 1)$

b) Jaka jest wartość logiczna $*(0, *(1, 0), *(1, 1))$

c) Uprość $*(x, x)$

d) Uprość $*(x, *(0, *(1, x)))$

.....

Zad. 15. Dany jest spójnik $*(x, y, z) = (x$ AND NOT $y)$ OR z . Wyraź:

a) zdanie p OR q za pomocą $*$.

.....

b) $*$ za pomocą samej negacji koniunkcji (NAND).

.....

c) wyrażenie $*(x, *(y, y, z), *(y, z, x))$ za pomocą AND, OR i NOT, używając ich w sumie najwyżej 3 razy.

.....

Zad. 16. Podaj wartości logiczne zdań prostych, dla których podane wyrażenie ma wartość *prawda*, jeśli wiadomo, że nie zachodzi równoważność p i r .

$p = \dots$ $q = \dots$ $r = \dots$ $s = \dots$ $t = \dots$