

KONKURS MATEMATYCZNY – KOMA 2015
SZKOŁY PODSTAWOWE – ELIMINACJE SZKOLNE
LOGIKA – KONSPEKT WYKŁADU

- 1) Czym zajmuje się logika
- 2) George Boole – twórca logiki dwuwartościowej
- 3) Zdania logiczne
- 4) Spójniki logiczne i bramki logiczne
- 5) Zaprzeczanie zdań (koniunkcji, alternatywy i implikacji)
- 6) Zadania o ustalaniu tożsamości
- 7) Zadania o kłamcach

Ad 1. Logika jako nauka rozwinęła się w starożytnej Grecji. Jej podstawy dał Arystoteles. Słowo *logos* oznaczało mowę (stąd logopeda), a logika była nauką o jasnym i precyzyjnym wypowiedaniu się i poprawnym wnioskowaniu. Dzisiaj *logia* oznacza tyle, co nauka (biologia, psychologia), czyli jest synonimem precyzji.

Język potoczny często jest mało precyzyjny. Należy dbać o jednoznaczność wypowiedzi.

Przykłady zdań nieprecyzyjnych:

- *Bilety można kupić u kierowcy w soboty, niedziele oraz dni świąteczne po godzinie 18.* (MPK Wrocław)
Czy można kupić bilet u kierowcy w niedzielny poranek? Aby poprawić precyzję komunikatu wystarczyłoby zmienić szyk zdania: *Bilety można kupić u kierowcy po godzinie 18 w soboty, niedziele oraz dni świąteczne.*
- *Powiedział, że się ochłodziło,(!) i zaczął padać śnieg.* U kogo ten śnieg spadł? Na piśmie wypowiedź jest jasna, bo o jej znaczeniu decyduje użycie przecinka. Ale w mowie nie.
- W matematyce byłoby podobnie, ale są umowy, np. kolejność wykonywania działań: ile to jest -3^2 ?
- Konieczność precyzyjnych poleceń jest istotna w kontaktach z maszyną (sztuczną inteligencją). *Przyniesź szklankę lub kubek oraz wazon.* Ile rzeczy przyniesie robot? Od 1 -3. To zależy od 'roztawienia nawiasów'.

Przykład rozumowania logicznego:

- Założenia: *George jest człowiekiem. Ludzie są śmiertelni.* Wniosek: *George jest śmiertelny.*

Grecy sformułowali podstawowe **prawa logiki**, które stały się narzędziem produkowania nowych twierdzeń, np:

- prawo sprzeczności: dwa zdania wzajemnie sprzeczne nie mogą być jednocześnie prawdziwe,
- prawo wyłączonego środka: z dwóch zdań sprzecznych jedno jest prawdziwe, a drugie fałszywe,
- zasada podwójnego przeczenia: jeżeli nieprawda, że p jest fałszywe, to p jest prawdziwe,
- zasada dedukcji: jeśli uznajemy zdanie p i uznajemy rozumowanie prowadzące od zdania p do zdania q , to musimy uznać także zdanie q ,
- zasada sprowadzenia do niedorzeczności (sprzeczności): jeśli ze zdania p wynika zaprzeczenie tego zdania (dowolne zdanie fałszywe), to zdanie p nie jest prawdziwe.

Ad 2. George Boole (1815!!!-1864) wprowadził pojęcie zdania logicznego oraz dwie wartości logiczne prawdy i fałszu. Na zdaniach wykonywane były operacje koniunkcji, alternatywy i negacji zdefiniowane w sposób arytmetyczny. Logika boolowska 70 lat po jego śmierci stała się podstawą działania komputerów. Więcej o GB na slajdach:

<http://www.fmw.uni.wroc.pl/dla-nauczycieli/seminarium-i3/2015/2016/seminarium-i3-201516>

Ad 3. Zdanie logiczne to takie zdanie, któremu jednoznacznie można przypisać wartość prawdy lub fałszu. Nie każde zdanie jest zdaniem logicznym. Przykłady:

- | | |
|---------------------------------|---|
| • Która godzina? | • Chciałbym mieć psa. |
| • Dziś jest raczej ciepło. | • Zdanie, które właśnie czytasz, jest fałszywe. |
| • Może przyjdę jutro. | • Byłbym zapomniał. |
| • Koszulka Janka jest czerwona. | |

Ze zdań prostych tworzy się zdania złożone za pomocą spójników logicznych I/AND (koniunkcja), LUB/OR (alternatywa) i NIE/NOT (zaprzeczenie). Można definiować dalsze spójniki np. ALBO (alternatywa wykluczająca) JEŚLI..., TO... /IF.../THEN(implikacja).

Przykłady:

- | | |
|--|---|
| • Na stole leży kreda i ołówek. | • Na stole nie leży kreda. |
| • Na stole leży kreda lub ołówek. | • Jeśli będzie padało to nie przyjdę. |
| • Na stole leży albo kreda, albo ołówek. | • Jeśli będzie trzęsienie ziemi, to dom się zawali. |

Edykt królewski w Bajdocji ustala, że poddani mają nosić T-shirty spełniające warunek: jeśli z jednej strony jest 7, to z drugiej musi być A. Król Rumbo zauważył 7 ludzi na ulicy idących w różne strony: A, 7, B, 6, C, 5. Chciałby sprawdzić, czy poddani przestrzegają jego praw. Których powinien wezwać do kontroli? Jaka jest najmniejsza liczba sprawdzeń? (7, B, C)

KONKURS MATEMATYCZNY KO-MA 2015

Ad 4. Definicje spójników logicznych (tabelki wypełniać wspólnie z uczniami na powyższych przykładach).

A I B (A AND B)

A\B	P	F
P	P	F
F	F	F

*	1	0
1	1	0
0	0	0

A ALBO B

A\B	P	F
P	F	P
F	P	F

+2	1	0
1	0	1
0	1	0

A LUB B (A OR B)

A\B	P	F
P	P	P
F	P	F

max	1	0
1	1	1
0	1	0

JEŚLI A, TO B (IF A THEN B)

A\B	P	F
P	P	F
F	P	P

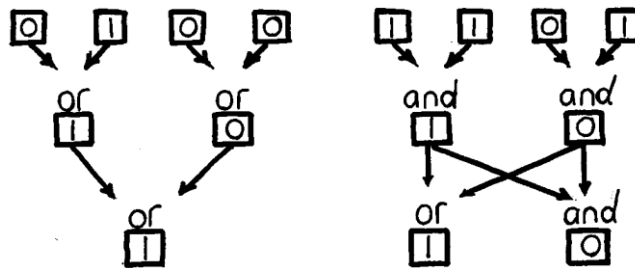
	1	0
1	1	0
0	1	1

NIE A (NOT A)

A	P	F
NIE A	F	P

	1	0
	0	1

Logika dwuwartościowa pozwala budować dla zdań obwody elektryczne (prawda = prąd płynie, fałsz = prąd nie płynie, a jak ocenić, kiedy prąd płynie silniej lub słabiej?). Konstrukcja bramek Logicznych AND i OR na slajdach. Można używać wielu kombinacji takich bramek, np.



Procesor, płyta główna komputera, a nawet telefon komórkowy to nic innego, jak miliardy takich bramek.

Ad 5. Zaprzeczanie zdań złożonych.

Zaprzeczenie koniunkcji: *Ania i Bartek są szczęśliwi.* Testowanie różnych wariantów.

	A i B są S	A i B są nie S	A jest nie S lub B jest nie S	inne
A=P, B=P	P	F	F	
A=P, B=F	F	F	P	
A=F, B=P	F	F	P	
A=F, B=F	F	P	P	

Mamy zatem prawo logiczne: $\text{NIE}(A \text{ I } B) = \text{NIE } A \text{ LUB } \text{NIE } B$.

Zaprzeczenie alternatywy: *Ania lub Bartek są szczęśliwi.* Testowanie różnych wariantów.

	A lub B są S	A lub B są nie S	A jest nie S i B jest nie S	inne
A=P, B=P	P	F	F	
A=P, B=F	P	P	F	
A=F, B=P	P	P	F	
A=F, B=F	F	P	P	

Mamy zatem prawo logiczne: $\text{NIE}(A \text{ LUB } B) = \text{NIE } A \text{ I } \text{NIE } B$.

Zaprzeczenie implikacji: *Jeśli będzie trzęsienie ziemi, to dom się zawali.* Testowanie.

	T to Z	NIE (T to Z)	T i NIE Z	inne
T=P, Z=P	P			
T=P, Z=F	F			
T=F, Z=P	P			
T=F, Z=F	P			

Mamy zatem prawo logiczne: $\text{NIE}(A \text{ TO } B) = A \text{ I } \text{NIE } B$.

Czy zachodzi prawo logiczne: $\text{Jeśli } A, \text{ to } B = (\text{Nie } A) \text{ lub } B = \text{Nie } B, \text{ to } \text{Nie } A$?

	Jeśli A, to B	Nie A	Nie B	(Nie A) lub B	Nie B, to nie A
A=P, B=P					
A=P, B=F					
A=F, B=P					
A=F, B=F					

To zadanie można pominąć.

KONKURS MATEMATYCZNY KO-MA 2015

Ad. 6. Przykładowe zadania z pokazem techniki dochodzenia do rozwiązania (sposób notowania).

Zadanie o ustalaniu tożsamości

Podczas Halloween czworo przebierańców odwiedziło szkołę w Cork: wiedźma, goblin, duch i czarny kot. Każde z nich poszło do innego spośród pomieszczeń: klasa 2, klasa 3, klasa 4 oraz pokój nauczycielski. Wiadomo, że: goblin ukradł zeszyt, kot namalował swoje tapy, duch ukrył się w biurku, wiedźma zostawiła prezent. Dodatkowe wskazówki:

- Nic nie zostało ukradzione z klasy 4.
- Duch ukrył się albo w klasie 2 albo w pokoju nauczycielskim.
- Klasa 2 nie była odwiedzana przez goblina.
- Żadne zeszyty ani obrazki nie są trzymane w pokoju nauczycielskim.
- Czarny kot nie grasował w klasie 4.

Dokąd poszedł każdy z przebierańców?

	wiedźma	goblin	duch	kot
klasa 2	F	F	F	T
klasa 3	F	T	F	F
klasa 4	T	F	F	F
pokój nauczycielski	F	F	T	F

Zadanie o kłamcach

Inspektor Smart ze Scotland Yardu przeglądał protokoły przesłuchań trzech rabusiów. Zostało ustalone, że jeden z nich ukradł rolkę papieru toaletowego oraz że dokładnie jeden z podejrzanych mówi prawdę. Oto wypowiedzi podejrzanych:

- Albert: Jestem niewinny.
- Bill: Charles ukradł papier.
- Charles: Jestem niewinny.

Kto ukradł papier toaletowy? (Albert)

	A jest winny	B jest winny	C jest winny
A: Jestem niewinny.	F	P	P
B: Charles ukradł papier.	F	F	P
C: Jestem niewinny.	P	P	F

UWAGI

1. Czas trwania wykładu 60 min. Czas pisania zadań 45 min.
2. Termin konkursu szkolnego: 17 XI (wykład może być wcześniej). Termin odesłania wyników: 23 XI. Finał 7 XII, godz. 10:15, sala HS Instytutu Matematycznego UWr (pl. Grunwaldzki 2/4, tel na portiernię 71 3757414).
3. Wyniki w pliku xls. Wzór do pobrania ze strony konkursu: <http://www.fmw.uni.wroc.pl/dla-uczni%C3%B3w/koma/2015/xi-konkurs-matematyczny-koma-2015>
4. W przypadku dużego rozrzutu wyników nie trzeba wysyłać wszystkich, ale należy podać liczbę uczestników wykładu i części zadaniowej.
5. Prac nie trzeba przysyłać pocztą, ale należy je zachować do czasu ogłoszenia listy finalistów. W przypadku dużych odchyień od średniej, możemy poprosić o przesłanie prac.
6. Każdy podpunkt z zadań 1-5 jest oceniany zero-jedynkowo. Zad. 6-12 są oceniane w skali 0-2 pkt.

KONKURS MATEMATYCZNY KO-MA 2015

KLUCZ

Zad. 1. a) Anglia, b) Lincoln, c) Cork
d) 200. urodzin, e) logika dwuwartościowa i spójniki logiczne I, LUB, NIE

Zad. 2. Zał: Ssaki zjadają swoje młode. Ludzie są ssakami.
Wn: Ludzie zjadają swoje dzieci.

Zad. 3. N N T N T N N T N N

Zad. 4. N N N N T T T N T N T N

Zad. 5. a) Jacek jest smutny.
b) Słoń jest mały lub kot jest duży.
c) Ford jest droższy od skody lub kosztuje tyle samo, a/i rower jest wolny.

d) Premier jest bogaty, a/i jego córka jest brzydka.

e) Będzie zimno i będę odpoczywał i będę najedzony.

Zad. 6. a), c)
(+1+1 – błędne)

Zad. 7. Z, 5
(+1+1 – błędne)

Zad. 8. 0 1 1 0 1 0
(1 błąd 1 pkt, więcej 0 pkt)

Zad. 9. Ania kryła,
Basia 2 za blokiem,
Kinga 1 za śmietnikiem,
Zosia 3 za drzewem
(po ¼ pkt)

Zad. 10. a) Cindy, b) Belinda

Zad. 11.

	1	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1

(0 lub 2)

Zad. 12. Black
(0 lub 2)