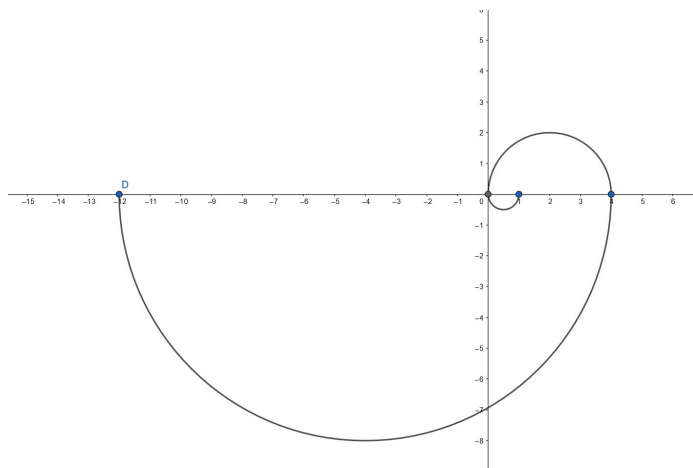
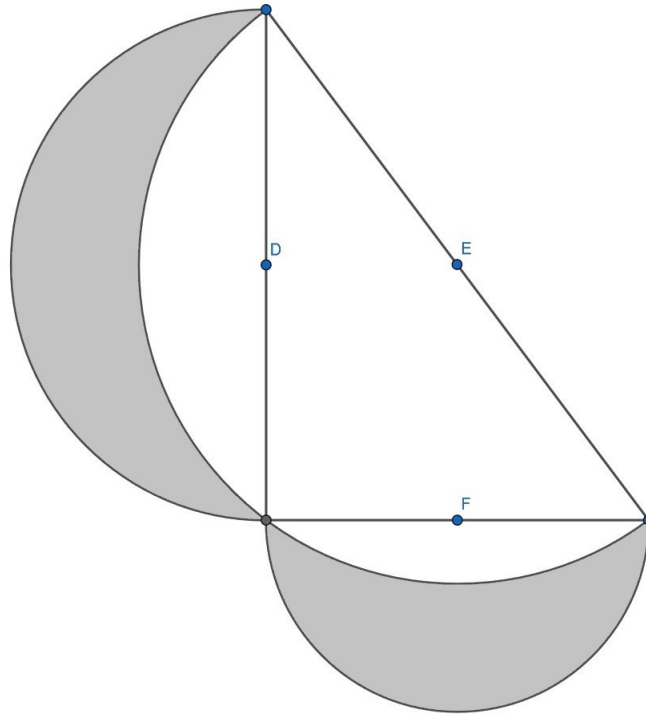


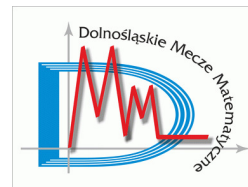
1. Liczba $20 \cdot 19$ została zapisana jako suma dwóch składników, których iloczyn jest równy 190^2 . Znajdź te składniki.
2. W luksusowej Cukierni Matematycznej lody z owocami kosztują 20 złotych, galaretką z owocami 19 złotych, zaś galaretką z bitą śmietaną kosztuje 2019 złotych. Ile kosztują lody z bitą śmietaną? Zakładamy, że ceny składników w poszczególnych deserach są stałe.
3. Z ilu półokręgów składa się spirala, która jest 85 razy dłuższa od pierwszego półokręgu przedstawionego na rysunku poniżej?



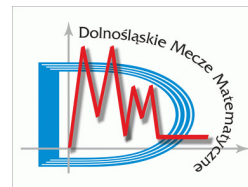
4. W pudełku znajdują się klocki sześciennie o bokach $a, a + 2, a + 15$. Dla jakich liczb a wieża z 15 klocków ma zawsze inną wysokość?
5. W pewnej krainie są dwa typy ludzi: Dzienni i Nocni. Życie odbywa się tam normalnie, za dnia wszyscy ludzie są na jawie, w nocy zaś - śpią. Dziennych od Nocnych rozróżnia jednak to, że Dzienni na jawie mówią prawdę, a gdy śpią, zawsze kłamią. Nocni odwrotnie: gdy są na jawie, wszystko, co mówią, jest kłamstwem, zaś to, co mówią w nocy, jest prawdą (zakładamy, że można mówić przez sen). Ktoś mówi "Ja teraz śpię.". Czy można stwierdzić, czy mówi to typ Nocny, czy Dzienny?
6. Książkę z teorii liczb ponumerowano kolejnymi nieparzystymi liczbami naturalnymi (zaczynając od liczby 1) i do tego ponumerowania zużyto dokładnie 1501 cyfr. Ile stron ma ta książka? Jaki numer ma ostatnia strona?
7. Punkty A oraz B znajdują się po tej samej stronie prostej p . Znajdź na prostej p taki punkt C , aby suma długości $|AC| + |CB|$ była najmniejsza. Przez $|XY|$ oznaczamy długość odcinka łączącego punkty X i Y .

8. Dany jest kąt α i punkt A należący do jednego z ramion kąta α . Narysuj (z uzasadnieniem) okrąg styczny do obu ramion kąta tak, aby jednym z punktów styczności był punkt A .
9. Ile jest liczb naturalnych dodatnich, które są 5 razy większe od sumy swoich cyfr?
10. Na rysunku dany jest trójkąt prostokątny oraz trzy łuki okręgów, których środki są w środkach boków trójkąta. Dowieść, że pole zacieniowanego obszaru jest równe polu trójkąta.





1. Kwadrat pewnej liczby powiększony o 16 jest równy ośmiokrotności wyjściowej liczby. Znajdź tę liczbę.
2. Mikołaj wyciął dużo trójkątów o bokach: 5 cm, 12 cm i 13 cm. Czy da się z nich ułożyć kwadrat? Uzasadnij.
3. Anna znajduje się w Berlinie, Grzegorz zaś w oddalonej o 1029 kilometrów Wenecji. W tym samym momencie Anna i Grzegorz ruszają w podróż - Anna do Wenecji, Grzegorz zaś do Berlina. Anna jedzie z prędkością 45 kilometrów na godzinę, Grzegorz zaś 53 kilometrów na godzinę. Zakładając, że jadą tą samą trasą, określ, po ilu godzinach podróżujący się wyminą.
4. Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości x oraz $2x$. Jaką długość ma wysokość poprowadzona z wierzchołka przy kącie prostym?
5. Przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego liczbę $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}$.
6. Dla jakich cyfr x i y liczba $\overline{12x2019y}$ jest podzielna przez 30? Wyrażenie $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$ oznacza zapis dziesiętny liczby całkowitej.
7. Jak z cysterny z mlekiem za pomocą tylko dwóch naczyń o pojemności 17 litrów i 5 litrów odlać 13 litrów mleka? Nie mamy do dyspozycji żadnych innych naczyń.
8. Sad owocowy ma kształt prostokąta, którego długości boków są w stosunku 2 : 7. Krótszy bok prostokąta ma długość 120 m. Ślimak chce obejść sad dookoła wzdłuż jego granic. Pełźnie z prędkością 4 m/h. Zaczął swoją podróż we wtorek w południe. W jaki dzień tygodnia ją skończy?
9. Czy istnieje liczba trzycyfrowa, która jest 12 razy większa od sumy swoich cyfr? Jeśli tak, wskaż ją oraz opisz, jak ją znaleźć. Jeśli nie, uzasadnij dlaczego.
10. Dany jest okrąg O_3 o promieniu 3, styczny do prostej l w punkcie P . Przez P i środek O okręgu O_3 poprowadzono prostą m . Następnie przez O poprowadzono prostą n równoległą do l , zaś na prostej m zaznaczono punkt R taki, że $|PR| = 9$ (R znajduje się po tej samej stronie prostej l , co okrąg O_3). Przez R poprowadzono prostą j styczną do O_3 . Wyznacz długość odcinka między prostymi l i n , leżącego na prostej j . Przeprowadź dokładny dowód.



Podczas prezentacji rozwiązania każdego z zadań należy wykonać niezbędne obliczenia.

1. Na tablicy zapisane są kolejno liczby: 1, 2, 3, 4, 5. Dopisz nawiasy i znaki działań arytmetycznych tak, żeby otrzymać działanie, którego wynikiem jest liczba 1.
2. Pień potężnego arytmokaliptusa rozdziela się na trzy konary. Z każdego z nich wyrastają cztery gałęzie, z każdej z nich po sześć mniejszych gałęzi, z tych zaś po dziesięć małych gałązek. Na końcu każdej z nich rosną po dwa kwiaty. Ile kwiatów posiada arytmokaliptus?
3. Do sześciu paczek włożono czekolady w ten sposób, że każda z nich zawiera inną liczbę czekolad, ale maksymalnie sześć (złośliwie niektóre paczki mogły pozostać puste). Pan Lindt, Pan Wedel i Pani Milka otrzymali po dwie takie paczki i okazało się, że Pan Lindt ma łącznie trzy czekolady, Pan Wedel dziewięć, zaś Pani Milka osiem czekolad. Po ile czekolad było w każdej z paczek?
4. Stary zegarmistrz kolekcjonuje unikatowe zegary. W jego kolekcji znajdują się między innymi zegar, który chodzi do tyłu, oraz zegar, który chodzi do przodu, ale po odmierzeniu każdej godziny zatrzymuje się na godzinę. O godzinie 11 oba zegary pokazywały dobry czas, i oba ruszyły. Po jakim czasie zegary znowu pokażą tę samą godzinę i która będzie wtedy godzina?
5. Leżąc na dnie prostokątnego pudełka o wymiarach 7 cm i 8 cm, dotykając ciągle wewnętrznych ścian, toczy się bez poślizgu moneta o promieniu 2,5 cm. Przetacza się raz wzdłuż wszystkich ścian pudełka i wraca na swoje miejsce. Jaką drogę pokonuje w tym ruchu środek monety?
6. Uczeń szkoły podstawowej odkłada kieszonkowe na pióro, którym będzie pisać w liceum. Przechowuje swoje oszczędności w monetach dwu- i pięciozłotowych. Dwuzłotówki stanowią 35% jego oszczędności, pięciozłotówek zaś ma 26. Ile ma dwuzłotówek?
7. Odkryj zaszyfrowane cyfry w podanym działaniu wiedząc, że te same litery oznaczają te same cyfry, a różnym literom odpowiadają różne cyfry:
$$OMAM + MAM + M + M = 2020$$
8. Jakie ciężary można odważyć, mając do dyspozycji wagę szalkową i trzy odważniki ważące odpowiednio 1, 4 i 11 kg? (wskazówka: używaj obu szalek).
9. Liczba 145541 jest palindromem, bo nie zmienia wartości czytana w przód i wstecz. Ma też tę szczególną własność, że wybrane z niej wszystkie kolejne liczby dwucyfrowe: 14, 45, 55, 54, 41 są różne. Jaka jest największa liczba palindromiczna zapisana cyframi 2, 4 i 6 o tej samej własności?
10. Średnia arytmetyczna trzech liczb wynosi 2020. Do tej grupy trzech liczb dołączono jedną liczbę taką, że średnia arytmetyczna tych czterech liczb jest dwa razy większa od pierwotnej średniej. Jaką liczbę dołączono?