



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13
GIMNAZJA – RUNDA ELIMINACYJNA
MECZ I

1. Połowa liczby przeciwnej do kwadratu odwrotności liczby, którą pomyślał Stach, jest równa $(-1/18)$. Jaką liczbę pomyślał?
2. Ile jest liczb trzycyfrowych o iloczynie cyfr równym 24?
3. Odległość Ziemia - Słońce wynosi 150 milionów km. Prędkość światła to 300 000 km/s. Światło dociera ze Słońca na Ziemię w ciągu 8 minut. Gdyby Słońce weszło dziś o 6 i w tej samej chwili prędkość światła w jakiś niewytłumaczalny sposób wzrosłaby dwukrotnie, to o której godzinie Słońce wzejdzie jutro?
4. Na bokach trójkąta prostokątnego zbudowano jako na podstawach trójkąty równoboczne. Udowodnij, że suma pól trójkątów zbudowanych na przyprostokątnych jest równa polu trójkąta zbudowanego na przeciwprostokątnej.
5. Znajdź najmniejszą wielokrotność liczby 999, która w zapisie dziesiętnym nie zawiera cyfry 9.
6. Oblicz wartość $\frac{x}{(x+1)^2}$, wiedząc, że $x + \frac{1}{x} = 5$.
7. Odcinek o długości 10 cm przecina płaszczyznę. Odległości jego końców od płaszczyzny wynoszą 5 cm i 3 cm. Oblicz długość cienia tego odcinka na płaszczyźnie przy świetle padającym prostopadle do płaszczyzny.
8. Znajdź cztery różne liczby naturalne, których suma odwrotności wynosi 1.
9. Oblicz sumę $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^{2011}} + \frac{1}{2^{2012}}$.
10. Przez punkt P należący do wnętrza trójkąta poprowadzono proste równoległe do jego boków i otrzymano trzy trójkąty i trzy równoległoboki o wspólnym wierzchołku P . Wiedząc, że pola mniejszych trójkątów wynoszą S_1 , S_2 i S_3 , oblicz pole wyjściowego trójkąta.



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13
GIMNAZJA – RUNDA ELIMINACYJNA
MECZ II

1. Jaki jest następny wyraz ciągu 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 15, 17,? Podaj ogólną regułę.
2. W ilu maksymalnie punktach poza wielokątem mogą się przeciąć proste zawierające przekątne sześciokąta?
3. Zapisujemy liczbę o bardzo długim rozwinięciu dziesiętnym. Występują w nim po kolei wszystkie liczby naturalne: 0,123456789101112131415.... Jaka cyfra jest na 1111 miejscu po przecinku?
4. Trójkąt równoramienny ma ramię 12 cm i kąt przy podstawie 30° . Jakie są długości wszystkich jego wysokości?
5. Adam i Paweł wykonują wspólnie pewną pracę w ciągu 12 dni, a sam Adam wykonuje tę samą pracę w ciągu 18 dni. W ciągu ilu dni wykonałby tę pracę sam Paweł?
6. Suma pierwszych n wyrazów ciągu $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ dana jest wzorem $S_n = n^2 + 4n + 6$. Ile wynosi szósty wyraz tego ciągu?
7. Marcin ma zapamiętanie szyfrowe, w którym jako kod otwierający może ustawić dowolny ciąg złożony z czterech cyfr od 0000 do 9999. Marcin chce może ustawić kod, w którym suma dwóch pierwszych cyfr będzie równa sumie dwóch ostatnich. Na ile sposobów może to zrobić?
8. Ile liczb mniejszych od 1000 ma nieparzystą liczbę dzielników?
9. Janka była 4 lata temu 4 razy młodsza od mamy, a 10 lat temu była 10 razy młodsza od mamy. Za ile lat wiek Julki i mamy będą wzajemnymi palindromami?
10. Uzasadnij, że suma odległości dowolnego punktu płaszczyzny od wierzchołków dowolnego czworokąta jest nie mniejsza niż suma długości jego przekątnych.



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13
GIMNAZJA – RUNDA ELIMINACYJNA
MECZ III

1. Dziadek Hipolit pozostawił w spadku swoim trzem wnuczkom grabie ogrodowe, koło zębate od zegarka, jedwabną szlafmycę i osikowy kołek. Wnuczki mogą się nimi podzielić dowolnie. Na ile sposobów mogą te przedmioty podzielić między siebie nawzajem?
2. Znajdź liczby x, y, z , wiedząc że iloczyny każdych dwóch spośród nich wynoszą 720, 768 i 960.
3. W ćwiartkę okręgu o promieniu 1 wpisano okrąg. Jaki jest jego promień?
4. Ile jest liczb sześciocyfrowych, w których w zapisie występuje co najmniej jedna dziewiątka?
5. Z 18 jednakowych sześcianów zbudowano prostopadłościan o wysokości trzech sześcianów. Pole powierzchni jednego sześcianu jest równe 19 cm^2 . Jakie jest pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu?
6. Znajdź sześć różnych liczb naturalnych, których suma odwrotności wynosi 1.
7. Oblicz pole trójkąta o bokach długości $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ i $\sqrt{13}$.
8. Podaj przykład dziesięciu (niekoniecznie różnych) liczb wymiernych różnych od zera, których suma oraz suma kwadratów są równe 1.
9. W pewnym prostokącie długość jednego z boków zwiększono, a drugiego zmniejszono o tę samą pierwszą liczbę procent x . Ile wynosi x , jeśli pole powstałego w ten sposób prostokąta jest większe od 98% pola wyjściowego prostokąta?
10. Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi 10 cm. Jaka jest objętość czworościanu $BCIJ$, jeśli I dzieli odcinek AD w stosunku 1:9, a J jest punktem przecięcia przekątnych EG i HF .

