



**DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2015/16**

LICEA – WIELKI FINAŁ

1. Dwanaście lat temu Sebastian miał tyle lat, ile wynosi suma cyfr roku jego urodzenia. Które urodziny obchodzi w tym roku?
2. W trójkącie ABC środkowe poprowadzone z wierzchołków A i B mają długości odpowiednio 18 i 15 oraz przecinają się pod kątem prostym w punkcie O . Oblicz odległość środka ciężkości tego trójkąta od wierzchołka C .
3. Mieszkańcy Wysp Niefortunnych albo zawsze mówią prawdę, albo zawsze kłamią. Pewnego dnia grupa 2016 autochtonów zebrała się na plaży i usiadła w kręgu. Następnie każdy z nich wypowiedział zdanie: Zarówno mój sąsiad z lewej jak i sąsiad z prawej są kłamcami. Ile wynosi różnica między największą i najmniejszą możliwą liczbą osób, które mówią prawdę?
4. Nauczyciel polecił Jankowi, aby z cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 utworzył trzy liczby trzycyfrowe wykorzystując każdą z podanych cyfr jeden raz. Janek napisał trzy takie liczby, a następnie obliczył ich sumę, która okazała się liczbą palindromiczną. Jaka to była liczba?
5. Okręgi o_1 i o_2 są styczne wewnętrznie w punkcie S . Cięciwa AB okręgu o_2 jest styczna do o_1 w punkcie C . Pokaż, że kąty ASC i BSC są przystające.
6. Uzasadnij, że $10^{124} < 100! < 10^{180}$.
7. Pokaż, że suma długości środkowych trójkąta jest mniejsza od jego obwodu.
8. Na ile co najwyżej części może podzielić płaszczyznę 100 prostych?
9. Ile wynosi reszta z dzielenia przez 4 liczby o zapisie w systemie dziesiętnym 20162016...20162016 (grup cyfr '2016' jest 2016)?
10. Żółw Logo startuje z punktu A . Dwa razy powtarzamy polecenie: wylosuj liczbę całkowitą od 1 do 4 (włącznie), obróć się o taką właśnie wielokrotność 120° i idź naprzód o a jednostek. W jakich punktach może się znaleźć żółw i z jakim prawdopodobieństwem?