



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13
GIMNAZJA – WIELKI FINAŁ

1. O ile procent więcej jest czterocyfrowych wielokrotności 5 niż trzycyfrowych wielokrotności 25?
2. W ilu miejscach na szachownicy 2012×2013 można położyć płytkę 2×3 , tak żeby zakrywała 6 całych pól?
3. Jaka jest najmniejsza liczba naturalna o dokładnie 2013 naturalnych dzielnikach?
4. Pan Abacki przejechał tę samą trasę, co pan Babacki, ale ze średnią prędkością o 10% większą. O ile procent krótszy był jego czas przejazdu?
5. Uzasadnij, że dla liczb rzeczywistych a, b, c zachodzi: $3/(a+b+c) < 1/a + 1/b + 1/c$.
6. W każdym z dwóch pojemników jest 300 kul. W pierwszym kule białe stanowią 20% wszystkich, a w drugim 30%. Ile kul należy przenieść z II pojemnika do I, aby procent kul białych w obu pojemnikach był taki sam?
7. Jakie punkty wykresu funkcji $y = (x+1)/(x-1)$ mają obie współrzędne całkowite?
8. Dana jest funkcja $y = (|7-x|)/(7-|x|)$. Czy więcej jest liczb pierwszych, dla których ta funkcja przyjmuje wartość 1 czy (-1)?
9. Rozwiąż w liczbach naturalnych równanie $pqr+pq+r=15$.
10. Czy to prawda, że każdy punkt płaszczyzny ma sumę odległości od wszystkich wierzchołków danego trójkąta większą od połowy jego obwodu?
11. Spośród sześciorga studentów z programu Erasmus, którzy wspólnie wynajmują mieszkanie, każdy mówi dokładnie w dwóch językach. Ana mówi po angielsku i niemiecku, Bill po niemiecku i hiszpańsku, Cornelis po francusku i hiszpańsku, Drake po niemiecku i francusku, Eduard mówi po francusku i angielsku, a Francois po hiszpańsku i angielsku. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana dwójka z nich będzie się mogła swobodnie porozumieć?
12. Czy czworobok foremny można przeciąć płaszczyzną tak, aby w przekroju uzyskać kwadrat?