



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13
LICEA – WIELKI FINAŁ

1. Jaka jest najmniejsza liczba naturalna o dokładnie 2013 naturalnych dzielnikach?
2. Na ile kwadratów można podzielić kwadrat?
3. Liczba jedynekowa to taka liczba naturalna, której dziesiętny zapis pozycyjny składa się z samych jedynek. Niech dana będzie liczba A jedynekowa n -cyfrowa. W którą stronę zachodzi implikacja pomiędzy warunkami: „ A jest pierwsza”, „ n jest pierwsza”?
4. Funkcja $f(x)$ jest rosnąca na liczbach rzeczywistych. Czy dla dowolnych liczb a, b, c zachodzi:
jeśli $a + b > c$, to $f(a) + f(b) > f(c)$?
5. Udowodnij cechę podzielności przez 37 w systemie dziesiętnym: liczba o zapisie $a_1a_2a_3\dots a_{99}$ dzieli się przez 37 wtedy i tylko wtedy, gdy 37 dzieli sumę jej trzycyfrowych odcinków (tzn. liczb $a_1a_2a_3, a_4a_5a_6, \dots, a_{97}a_{98}a_{99}$).
6. Czy kwadrat każdej liczby naturalnej można zapisać w postaci $\frac{abc}{a+b+c}$, gdzie a, b, c są naturalne?
7. W zależności od b wyznacz takie a i c , żeby rozwiązaniem nierówności $a|x+b|+c > x^2$ był przedział $(2, 5)$.
8. $ABCD$ jest podstawą jednostkowego sześcianu, AA', BB', CC' i DD' - jego krawędziami, a O' - środkiem ściany $A'B'C'D'$. Oblicz objętość bryły będącej sumą ostrosłupów $ABCDO'$ i $ABCDB'$.
9. Wyrazem dominującym wielomianu nazywamy jednomian występujący w tym wielomianie z najwyższą potęgą zmiennej. Dany jest wielomian $W(x)$ o współczynnikach naturalnych. Współczynnik liczbowy w wyrazie dominującym wielomianu $W(W(x))$ wynosi 729. Jaki jest stopień wielomianu $W(x)$ i współczynnik liczbowy w jego wyrazie dominującym?
10. Czy czworościan foremny można przeciąć płaszczyzną tak, aby w przekroju uzyskać kwadrat?