



**DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XVIII – ROK SZKOLNY 2018/2019**

LICEA – FINAŁ

- 1) Pająk rozpina nitki pajęczyny we wnętrzu szklanego sześcianu. Początek i koniec każdej nitki znajduje się albo w wierzchołku sześcianu, albo na środku krawędzi, albo na środku ściany, nigdy jednak na tej samej ścianie sześcianu. Ile nitek może w ten sposób rozpiąć pająk?
- 2) Wyznacz liczby x takie, że $\{x\}$, $[x]$ i x tworzą ciąg arytmetyczny. Symbol $[x]$ oznacza największą liczbę całkowitą nieprzekraczającą x , a $\{x\} = x - [x]$.
- 3) W trapezie $ABCD$, gdzie $AB \parallel CD$, przekątne przecinają się w punkcie O i są nachylone do podstaw pod kątem 60° . Wykaż, że środki odcinków OA , BC i OD są wierzchołkami trójkąta równobocznego.
- 4) Rozstrzygnij, czy liczba 9006001 jest pierwsza.
- 5) Niech $k = 3 + 33 + 333 + \dots + 33\dots33$ (w ostatnim składniku jest 2019 trójek). Ile wynosi suma cyfr liczby k ?
- 6) Na tablicy napisano 100 jedynek. W pojedynczym ruchu możemy wybrać dwie liczby aktualnie napisane na tablicy, powiedzmy a i b , zmasać je, a zamiast nich napisać ilorz iloczynu i sumy tych liczb. Wykonujemy dozwolone ruchy tak długo, aż na tablicy pozostanie jedna liczba. Jaka?
- 7) Podaj największą możliwą wartość iloczynu abc , jeśli liczby rzeczywiste dodatnie a , b , c spełniają warunek $a+2b+3c = 6$.
- 8) Pewnych 8 wierzchołków 55-kąta foremnego pomalowano na czerwono, a następnie każde dwa czerwone punkty połączono odcinkiem. Janek twierdzi, że zawsze pewne dwa narysowane odcinki mają taką samą długość. Czy ma rację?
- 9) Czy szachownicę 19×19 z usuniętym polem narożnym można pokryć klockami pentomina o wymiarach 1×5 ?
- 10) Czy istnieje trójkąt równoramienny, który można podzielić na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, aby żadne dwa z tych trzech trójkątów nie były podobne?