

1. Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c zachodzi nierówność

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{a^2 + c^2} \geq \sqrt{2}(a + b + c).$$

2. Niech $a, b, c > 0, a > c, b > c$. Udowodnij, że:

$$\sqrt{c(a - c)} + \sqrt{c(b - c)} \leq \sqrt{ab}.$$

3. Dane są liczby dodatnie a, b, c spełniające warunki $a^2 + b^2 - ab = c^2$. Udowodnij, że

$$(a - c)(b - c) \leq 0.$$

4. Dane są liczby dodatnie a, b, c . Udowodnij, że

$$\sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{b^2 - bc + c^2} \geq \sqrt{a^2 + ac + c^2}.$$

5. Jaka jest najmniejsza wartość wyrażenia $(x + y)(x + z)$, jeśli liczby dodatnie x, y, z spełniają warunek $xyz(x + y + z) = 1$?
6. Spośród wszystkich prostokątów o ustalonym obwodzie L wybierz ten, którego pole jest największe.
7. Spośród wszystkich prostokątów o ustalonym polu S wybierz ten, którego obwód jest najmniejszy.
8. Spośród wszystkich prostopadłościanów o ustalonej objętości V wybierz ten, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze.
9. Spośród wszystkich prostokątów o danym polu S wybierz ten, który ma najkrótszą przekątną.