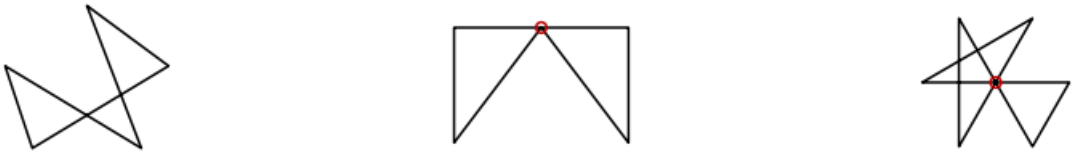
XIII Międzynarodowa Olimpiada Geometryczna IGO
17 października 2026
POZIOM ELEMENTARNY (kl. VII-VIII SP)

Zad. 1. Boki n-kąta foremnego na płaszczyźnie mogą się przecinać, ale każde przecięcie niesąsiednich boków musi być punktem wewnętrznym obu tych boków. Żaden wierzchołek nie może leżeć na boku, którego nie jest końcem, ani żadne trzy boki nie mogą przechodzić przez ten sam punkt. Na rysunku poniżej pierwszy z wielokątów jest dopuszczalny, ale dwa kolejne – nie.



a) Narysuj sześciokąt, który przecina się sam ze sobą dokładnie 6 razy.
b) Narysuj sześciokąt, który przecina się sam ze sobą dokładnie 7 razy.

Zad. 2. Niech A, B, C i D będą różnymi punktami na okręgu, leżącymi w takiej kolejności. Długość łuku BC, który nie zawiera A, jest dwa razy większa niż długość łuku AD, który nie zawiera B. Udowodnij, że $|AD| > |BD| - |AC|$.

Zad. 3. Niech $ABCD$ będzie równoległobokiem, w którym $|\angle DAC| = 90°$ oraz $|BD| = \sqrt{3}|AC|$. Prosta przechodząca przez A prostopadła do CD przecina prostą BD w punkcie K. Udowodnij, że $|BD| = 4|AK|$.

Zad. 4. Henryk zaznaczył na kartce 2026 różnych punków. Zmierzył odległość między każdą parą tych punktów i zapisał te odległości w formie listy (licząc każdą parę tylko raz). Chciałby, aby liczby na jego liście miały następującą własność: jedna z liczb pojawia się na liście dokładnie raz, inna – dokładnie dwa razy, kolejna – dokładnie trzy razy itd. dla każdej liczby wystąpień aż do 2025. Czy Henryk może tak rozmieścić punkty, aby ten warunek był spełniony, ale by punkty nie leżały wszystkie na jednej prostej?

Zad. 5. Niech $ABCD$ będzie kwadratem, którego przekątne przecinają się w punkcie O. Punkty E i F wybrano wewnątrz odcinków odpowiednio OA i OB (czyli $E \neq O$, $E \neq A$, $F \neq O$, $F \neq B$). Niech K i L będą ortocentrami odpowiednio trójkątów EBD i FAC. (Ortocentrum to punkt przecięcia prostych zawierających wysokości danego trójkąta). Niech P będzie punktem przecięcia CF i DE, a M i N będą punktami przecięcia odpowiednio PD i PC z AB. Niech $M \neq N$ i niech Q będzie punktem przecięcia KM i LN. Udowodnij, że prosta PQ połowi odcinek MN.

XIII Międzynarodowa Olimpiada Geometryczna IGO
17 października 2026
POZIOM ŚREDNIO ZAAWANSOWANY (kl. I-II)

Zad. 1. Niech ω będzie okręgiem o środku w O, a C będzie punktem ω. Okrąg przechodzący przez O przecina ω w dwóch punktach A i B. Udowodnij, że jeśli prosta BC przecina po raz drugi okrąg opisany na trójkącie OAB w punkcie E i prosta AB przecina prostą OE w punkcie P, to okrąg opisany na trójkącie EPC jest styczny do prostej OC.

Zad. 2. Niech ω będzie okręgiem opisanym na trójkącie ABC. Punkt P leży na BC, tak że zachodzi $|PA| = |PB|$. Q jest punktem przecięcia stycznych do ω poprowadzonych w A i C. Niech AP przecina ω po raz drugi w R i niech S będzie przecięciem PQ i AC. Udowodnij, że punkt przecięcia RS i BQ leży na ω.

Zad. 3. Niech $ABCD$ będzie równoległobokiem. Punkty A' (różny od A) i C' (różny od C) leżą odpowiednio na prostych AB i CB w taki sposób, że $|DA| = |DA'|$ i $|DC| = |DC'|$. Proste $A'C$ i AC' przecinają prostą BD odpowiednio w punktach E i F. Udowodnij, że okręgi opisane na trójkątach $A'EF$ i $C'EF$ mają równe promienie.

Zad. 4. Daria zaznaczyła pięć punktów na płaszczyźnie. Potem obliczyła pola wszystkich dziesięciu trójkątów o wierzchołkach w tych punktach. Następnie 9 z tych liczb przekazała Sarze. Niektóre z pól trójkątów mogą być równe. Sara nie wie, które pola odpowiadają którym trójkątom. Czy Sara zawsze może wyliczyć dziesiąte pole?

Zad. 5. Niech ABC będzie trójkątem równoramiennym, w którym $|AB| = |AC|$ i niech G będzie jego środkiem ciężkości. Punkty D (różny od C) i E (różny od B) leżą odpowiednio na CG i AB w taki sposób, że $|GD| = |GE| = |GB| = |GC|$. Niech H będzie ortocentrum trójkąta ADE. Punkt X leży na AH w taki sposób, że $|\angle BCX| = 90°$. Udowodnij, że prosta przechodząca przez środki ciężkości trójkątów ACH i BGX jest styczna do okręgu opisanego na trójkącie BDG.

XIII Międzynarodowa Olimpiada Geometryczna IGO
17 października 2026
POZIOM ZAAWANSOWANY (kl. III-V)

Zad. 1. Niech ABC będzie trójkątem. Punkt K leży na AC tak, że $|BK| = |BC|$ ($K \neq C$). Niech A' będzie obrazem A w symetrii względem punktu B. Udowodnij, że odległość punktu A' od prostej przechodzącej przez punkt C i prostopadłej do AC jest równa $|AK|$.

Zad. 2. Niech ω będzie okręgiem opisanym na trójkącie ABC. Niech H będzie ortocentrum trójkąta ABC, a O środkiem okręgu ω. Punkty X i Y leżą na ω tak, że X, Y i H są współliniowe oraz $XY \parallel AO$. Proste AX i AY przecinają prostą BC odpowiednio w punktach P i Q. Udowodnij, że A, O, P i Q leżą na jednym okręgu.

Zad. 3. Niech ω będzie okręgiem opisanym na trójkącie ABC, a O środkiem okręgu ω. Styczne do okręgu ω w punktach B i C przecinają się w punkcie T. Prosta przechodząca przez T prostopadła do AO przecina prostą BC w punkcie K, a D jest przecięciem prostych AO oraz BC. Niech L będzie punktem okręgu opisanym na trójkącie OTK, takim że $\angle OLD = 90°$. Niech E będzie spodkiem wysokości opuszczonej z A na BC. Udowodnij, że okrąg opisany na trójkącie LED jest styczny do okręgu ω.

Zad. 4. Niech $ABCD$ będzie czworokątem opisanym na okręgu. Okrąg ω_1 jest styczny do prostych AB i CD, styczny wewnętrznie do okręgu opisanego na trójkącie ABC i nie przecina AD. Okrąg ω_2 jest styczny do prostych AD i BC, styczny wewnętrznie do okręgu opisanego na trójkącie ABD i nie przecina AB. Udowodnij, że oś potęgowa (prosta potęgowa) okręgów ω_1 i ω_2 przechodzi przez środek łuku BAD.

Zad. 5. Niech ABC będzie trójkątem, w którym $AB < AC$. Niech Γ będzie okręgiem opisanym na trójkącie ABC. Dwusieczna kąta $\angle BAC$ przecina bok BC w punkcie D. E jest punktem na półprostej AB, takim że $\angle ADE = 90°$. Niech F będzie punktem na półprostej AB, takim że $2|AF| = |AC|$. Niech Ω będzie okręgiem opisanym na trójkącie DEF. Załóżmy, że Γ i Ω przecinają się w dwóch różnych punktach X i Y. Udowodnij, że jeśli styczne do Ω w punktach X i Y przecinają się w Z, to $CZ \parallel DE$.