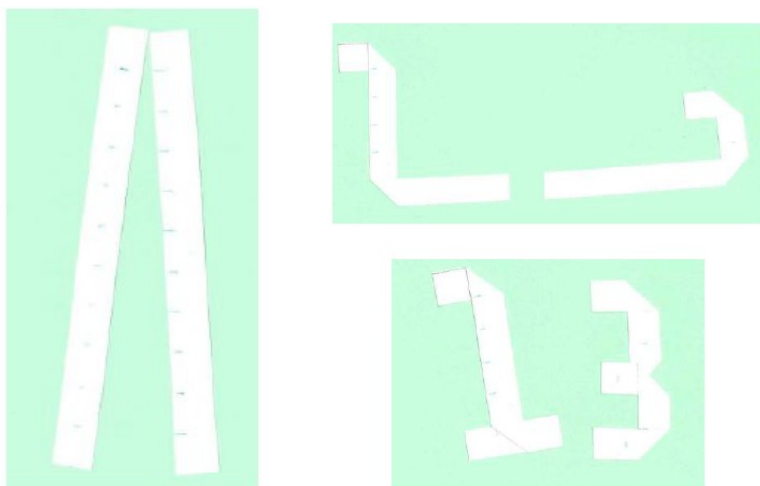


Matematyka Bez Granic Junior - V / VI klasy szkoły podstawowej
 Etap wstępny - edycja 2017 (grudzień 2016)



Zadanie 1 : (5 punktów) XIII

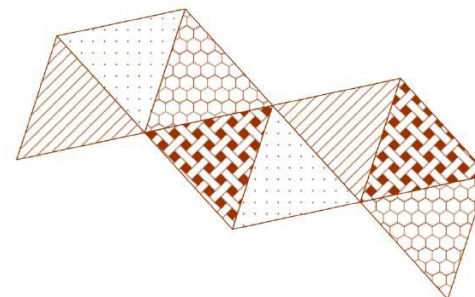


Na podstawie rysunku uczniowie powinni zrozumieć sposób konstrukcji cyfr i umieć je poprawnie wykonać z paska papieru. Cyfry „1” i „3” można wykonać na różne sposoby, za każdym razem zaginając pasek do przodu lub do tyłu. Sposób skręcenia paska w cyfrze „1” powtarza się przy wykonywaniu cyfry „3”. Każda z pionowych części w „3” ma 1,5 cm.

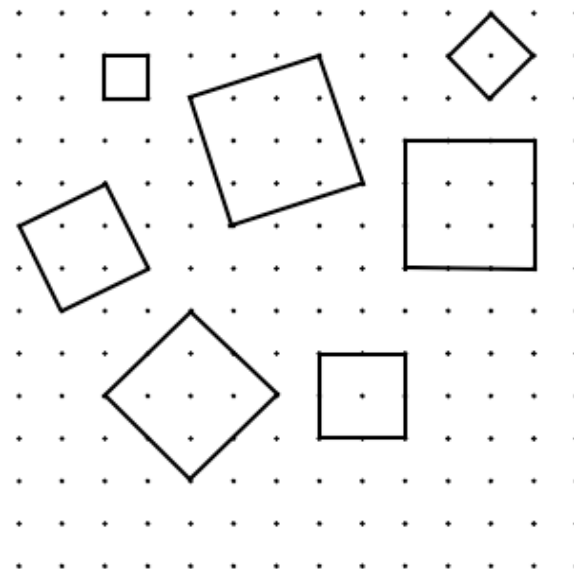
Cyfry „1” i „3” można wykonać z pasków papieru o długości 11 cm każdy.

Zadanie 2 : (5 punktów) Ośmiościenna kostka

Istnieje wiele możliwych odpowiedzi. Aby je odnaleźć, wystarczy wpisać liczby z każdej z następujących par (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5) na ścianach oznakowane tym samym motywem..



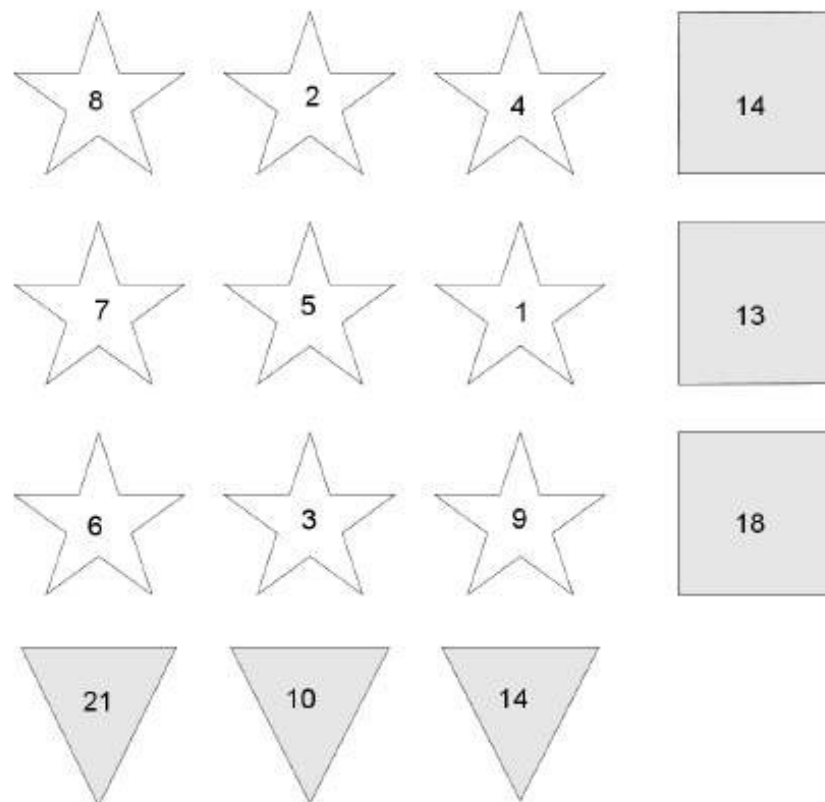
Zadanie 3 : (5 punktów) Do stołu!



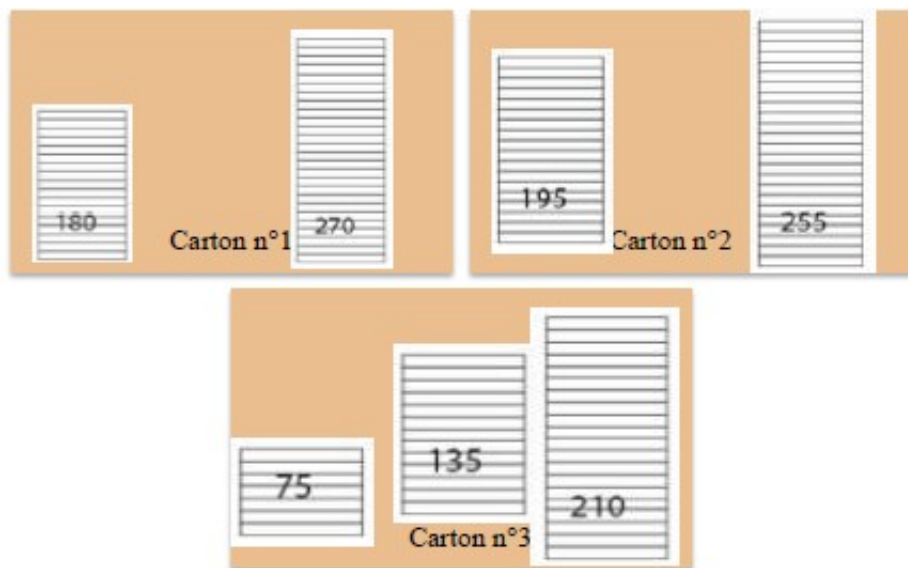
Zadanie 4 : (5 punktów) Kilka stron więcej

Dzień	Liczba stron przeczytanych tego dnia	Liczba stron przeczytanych do tego dnia
Pierwszy	3	3
Drugi	5	8
Trzeci	7	15
Czwarty	9	24
Piąty	11	35
Szósty	13	48
Siódmy	15	63
Ósmy	17	80
Dziewiąty	19	99 (< 115)
Dziesiąty	21	120 (>115)

Na przeczytanie 115-stronicowej książki Leo potrzebował 10 dni.

**Zadanie 5 : (5 punktów) Blżej gwiazd****Zadanie 6 : (5 punktów) Wznieśmy toast**

Jest siedmiu mafiosów. James słyszy 21 uderzeń, czyli mafiosi stuknęli się kieliszkami 21 razy. Każdy stuknął się z innym tylko raz. Dla 7 mafiosów liczbę uderzeń można obliczyć następująco: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$. Pierwszy stuka się ze wszystkimi (z każdym z sześciu), drugi ze wszystkimi bez pierwszego (z każdym z pozostałych pięciu) itd.

Zadanie 7 : (5 punktów) Ja tu pakujęKarton 1 : $270 + 180 = 450$ Karton 2 : $195 + 255 = 450$ Karton 3 : $210 + 135 + 75 = 420$ **Zadanie 8 : (5 punktów) Nie w porządku**

Szacujemy, że szklanka wody ma 250 ml pojemności (powinno być nieco mniej niż puszką napoju 0,33l). Szacujemy czas mycia zębów na 3 minuty i przyjmujemy, że przez cały ten czas leci woda. W minucie 3 sekundy mieszczą się 20 razy, a 20 razy 250 ml jest równe 5000 ml, czyli 5 l. W ciągu trzech minut zleci 15 l wody. Ludwik marnuje około 15 litrów wody na jedno mycie zębów.

Zadanie dodatkowe dla VI klasy szkoły podstawowej**Zadanie 9 : (5 punktów) Karciana sztuczka**

Emma powiedziała: Jeśli z jednej strony jest samogłoska, z drugiej jest liczba parzysta.

To zdanie w ogóle nie dotyczy kart, na których jest spółgłoska.

Mamy wskazać, którą kartę należy odwrócić, aby przytąpać Emmę na kłamstwie lub stwierdzić, że nie kłamała.

1. Odwrócenie karty „M” jest nieprzydatne, bo wtedy nie przytąpiemy Emmy na kłamstwie.

To jest karta ze spółgłoską, więc zdanie Emmy tej karty w ogóle nie dotyczy.

2. Odwrócenie karty „2” jest nieprzydatne, bo wtedy nie przytąpiemy Emmy na kłamstwie.

Jeśli na odwrocie będzie samogłoska, to zdanie Emmy będzie prawdziwe, a jeśli spółgłoska, to zdanie Emmy tej karty w ogóle nie dotyczy.

3. Należy odwrócić kartę „1”. Tylko wtedy możemy przytąpać Emmę na kłamstwie.

Jeśli na odwrocie będzie samogłoska, to Emma kłamie. A jeśli spółgłoska, to zdanie Emmy tej karty nie dotyczy i wtedy widać, że w żadnym przypadku 1, 2 i 3 Emma nie skłamała, czyli powiedziała prawdę.

Wniosek: Zawartość kart „M” i „2” nie ma znaczenia dla wnioskowania o prawdopodobności Emmy. Odwrócenie karty „1” pozwoli rozstrzygnąć prawdopodobność Emmy zarówno w przypadku samogłoski jak i spółgłoski.

Poszerzony komentarz do rozwiązania

Zadanie jest dość trudne, ale interesujące jako wstęp do rozumowania dedukcyjnego.

Poprzednik implikacji zaznaczono w dalszym tekście **czcionką pogrubioną**, a następnik - **czcionką pochyloną**.

Jedyną rzecz, którą wiemy, to ta, że **samogłoska po jednej stronie karty** (zdanie **A**) implikuje **liczbę parzystą po drugiej stronie** (zdanie **B**). W symbolice matematycznej zapisujemy to jako

$$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}.$$

Nie oznacza to, że **liczba parzysta po jednej stronie** (zdanie **B**) implikuje **samogłoskę po drugiej stronie** (zdanie **A**). Zatem zdanie $\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A}$ może być fałszywe.

Przykład:

Wybuch pożaru (zdanie **A'**) implikuje **przybycie strażaków** (zdanie **B'**)

$$\mathbf{A}' \Rightarrow \mathbf{B}' \text{ PRAWDA}$$

Przybycie strażaków (zdanie **B'**) nie implikuje **wybuchu pożaru** (zdanie **A'**).

$$\mathbf{B}' \Rightarrow \mathbf{A}': \text{FAŁSZ}$$

To dlatego odkrycie karty „2” (zdanie **B** w zadaniu) nie wnosi żadnej informacji.

Rozumiemy też, że **brak pożaru** (zdanie **nie A'**) nie implikuje **nieobecności strażaków** (zdanie **nie B'**), którzy mogliby się znaleźć w tym samym miejscu z zupełnie innego powodu (np. wypadek drogowy, kot na drzewie).

W ten sam sposób **strona, na której widzimy spółgłoskę** (zdanie **nie A**) nie implikuje **liczby nieparzystej po drugiej stronie** (zdanie **nie B**).

$$\mathbf{nie\ A} \Rightarrow \mathbf{nie\ B}: \text{FAŁSZ}$$

To dlatego odkrycie karty „M” jest działaniem zbytecznym (zdanie **nie A**).

Jeśli **nie ma strażaków** (zdanie **nie B'**), to znaczy, że na pewno **nie ma pożaru** (zdanie **nie A'**), bo przecież gdyby był pożar, to strażacy również by tu byli.

Zatem jedyną kartą, która może dostarczyć informacji o prawdziwości Emmy, jest karta „1” (zdanie **nie B**).

Bez dowodu podaliśmy przykład na to, że $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ jest **równoważne** $\mathbf{nie\ B} \Rightarrow \mathbf{nie\ A}$.

Wniosek. Wystarczy odkryć kartę „1” (zdanie **nie B**) i sprawdzić, czy na odwrocie znajduje się spółgłoska (zdanie **nie A**).

