



KARTA ODPOWIEDZI

.....  
imię i nazwisko (literami drukowanymi!)

.....  
nazwa szkoły (z miejscowością)

1. Parzystość ( $4 \times 1$  pkt) a) .....

b) .....

c) .....

d) .....

2. Koszule (2 pkt) .....

3. Agenci wywiadu ( $1 + 1 + 2$  pkt) a) ..... b) ..... c) .....

4. Teleturniej (3 pkt) .....

5. Kryterium Koali ( $3 \times 1$  pkt) A) .....

B) .....

C) .....

6. Prom kosmiczny (3 pkt) .....

7. Pręty uranowe (3 pkt) .....

8. Opłaty drogowe ( $1 + 2$  pkt) a) ..... b) .....

9. Gra planszowa (3 pkt) .....

10. Odcinek na ekranie (3 pkt) X = ..... Y = .....

## KoALa (KOMBINATORYKA-ALGORYTMIKA-LOGIKA)

V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudivy Potockiej w Poznaniu,  
Fundacja Matematyków Wrocławskich



Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)! Czas pracy (z wpisaniem odpowiedzi do karty rozwiązań) to 45 minut.

Powodzenia!

### 1. Parzystość (4 × 1 pkt)

Każdy wiersz poniższej tablicy obrazuje ośmiobitowy fragment pamięci komputera. Każdy taki bajt miał mieć parzystą liczbę bitów o wartości 1. Również każda pozycja bitowa (kolumna) miała zawierać parzystą liczbę bitów o wartości 1.

bit position	ABCDEFGH
byte 1	11001100
byte 2	11100110
byte 3	10000111
byte 4	10111101

W których bajtach które bity mogły zostać przekłamane, jeśli:

- uszkodzony został dokładnie 1 bit?
- uszkodzone zostały dokładnie 2 bity?
- uszkodzone zostały dokładnie 3 bity?
- uszkodzone zostały dokładnie 4 bity?

Należy podać jedną (przykładową) możliwość w każdym podpunkcie. Jeśli uważasz, że dana sytuacja jest niemożliwa, w odpowiedzi do tego podpunktu napisz „niemożliwe”.

### 2. Koszule (2 pkt)

Pewien schludny informatyk każdego dnia rano zakłada świeżą koszulę. W każdy poniedziałek znosi brudne koszule do pralni i odbiera równocześnie te, które zaniósł tam tydzień wcześniej. Ile musi mieć co najmniej koszul?

### 3. Agenci wywiadu (1 + 1 + 2 pkt)

Tajni agenci wywiadu, przebywający na terenie różnych państw, mają obowiązek codziennie wymieniać się nowo zdobytymi informacjami. Ze względów bezpieczeństwa komunikacja odbywa się ustnie przez telefony stacjonarne.

W czasie jednej telefonicznej rozmowy dwóch agentów wymienia się również wiedzą zdobytą w czasie innych rozmów, które odbyli. Ile najmniej rozmów telefonicznych potrzeba każdego dnia, aby każdy z agentów poznał wszystkie informacje, jeśli agentów jest: a) 4? b) 5? c) 6?

### 4. Teleturniej (3 pkt)

Uczestnicy teleturnieju otrzymali zadanie, które polega na tym, aby w jak najmniejszej liczbie ruchów spowodować, że wszystkie litery pewnego napisu będą identyczne. Każdy ma do dyspozycji tablet. Naciskając nad lub pod wybraną literą, może ją zastąpić odpowiednio następną lub poprzednią literą w alfabecie łacińskim (o ile jest to możliwe).

Na przykład dla napisu AAD rywalizację wygra ten, kto otrzyma AAA, naciskając trzykrotnie pod trzecią jego literą.

Jaki napis złożony z pięciu takich samych liter można uzyskać najmniejszą możliwą liczbą ruchów z napisu KOALA?

Uwaga: alfabet łaciński wygląda tak: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z.

### 5. Kryterium Koali (3 × 1 pkt)

Ciąg rosnący spełnia *kryterium Koali*, jeśli każdy wyraz ciągu jest większy niż suma wszystkich wyrazów go poprzedzających.

Na przykład ciąg 1, 2, 4, 12, 22 spełnia kryterium Koali, ponieważ  $1 < 2$ ,  $1 + 2 < 4$ ,  $1 + 2 + 4 < 12$  i  $1 + 2 + 4 + 12 < 22$ .

Ciąg 1, 2, 4, 6, 17 nie spełnia kryterium Koali, ponieważ  $1 + 2 + 4 > 6$ .

Podaj kolejne wyrazy najdłuższego ciągu spełniającego *kryterium Koali* o wyrazach ze zbioru:

$$A = \{5, 7, 9, 13, 24, 30, 40, 50, 60\},$$

$$B = \{0, 1, 2, \dots, 2015\},$$

$$C = \{0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots, 1597\}.$$

## 6. Megaprom kosmiczny (3 pkt)

Znajdujesz się w megapromie kosmicznym lata świetlne od Ziemi. Jutro w Twoim rodzinnym mieście jest koncert Twojego ulubionego zespołu i chcesz wrócić do domu.

Sterowanie promem polega na codziennym pociągnięciu za dźwignię, czego efekt z powodu usterki napędu jest dość nieoczekiwany:

– jeśli Twoja odległość od Ziemi jest wielokrotnością 3 lat świetlnych, to pociągnięcie dźwigni zbliży w ciągu godziny prom do naszej planety o dwie trzecie odległości!

– W przypadku odległości od Ziemi, która nie jest wielokrotnością 3 lat świetlnych, o efekcie pociągnięcia za dźwignię decyduje przypadek: możesz w ciągu godziny zbliżyć się do naszej planety o 1 rok świetlny albo o 1 rok świetlny się od niej oddalić.

Na przykład gdyby początkowa odległość od Ziemi wynosiła 10 lat świetlnych, to jest szansa, że znajdziesz się kolejno w odległości: 9, 3, 1 lat świetlnych od Ziemi, więc wrócisz do domu w ciągu 4 godzin. Może się jednak zdarzyć, że podróż potrwa np. 6 godzin (bo znajdziesz się kolejno w odległości 11, 12, 4, 3, 1 lat świetlnych od Ziemi).

Podaj, w jakich odległościach od Ziemi znajdziesz się co godzinę w optymalnym przypadku, jeśli jesteś w odległości 836 lat świetlnych od planety.

## 7. Pręty uranowe (3 pkt)

Ze względów bezpieczeństwa wysoko reaktywne pręty uranowe należy przechowywać w taki sposób, żeby każdy z nich znajdował się w największej możliwej odległości od innych, wcześniej umieszczonych w magazynie. Po umieszczeniu pręta w jednym miejscu nie wolno go już przemieszczać.

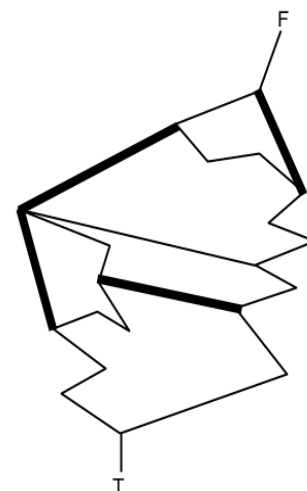
W nowo wybudowanym magazynie jest 89 pomieszczeń położonych jedno obok drugiego (w linii prostej). Ponieważ nikt nie ma pojęcia, ile prętów będzie przechowywanych w magazynie, pierwszy postanowiono umieścić w pomieszczeniu nr 1, a drugi w pomieszczeniu nr 89. Podaj numery wszystkich pomieszczeń, w których może zostać umieszczony szósty z kolei pręt dostarczony do magazynu.

## 8. Opłaty drogowe (1 + 2 pkt)

Na rysunku przedstawiona jest sieć płatnych dróg, którymi możesz dojechać z miasta T do miasta F. Opłatę pobiera się na każdym odcinku drogi będącym na rysunku odcinkiem łamanej, w tym na odcinku wychodzącym z T i na odcinku dochodzącym do F.

a) Jaki jest najniższy koszt podróży z punktu T do punktu F, jeśli opłaty wynoszą odpowiednio: 10 zł na drogach zaznaczonych cienkimi liniami i 30 zł na drogach zaznaczonych liniami grubymi?

b) A gdyby opłaty wynosiły odpowiednio 2 i 5 euro?



## 9. Gra planszowa (3 pkt)

Ania i Beata grają w grę planszową, w której używa się tylko jednego pionka. Plansza gry składa się z szeregu pól, na których zapisane są liczby według rysunku poniżej. Ania rozpoczyna grę i może postawić pionek na skrajnym lewym polu planszy lub polu z nim sąsiadującym. Dziewczyny wykonują ruchy na przemian.

Za każdym razem pionek jest przesuwany o jedno lub dwa pola w prawo. Liczba zapisana na danym polu oznacza liczbę zdobytych w danym ruchu punktów. Gra kończy się, gdy ruch w prawo nie jest już możliwy.

Na jakich liczbach będzie kolejno stał pionek Ani, jeśli obie dziewczyny stosują cały czas optymalną strategię (tzn. każda dokonuje za każdym razem najlepszego możliwego wyboru)?

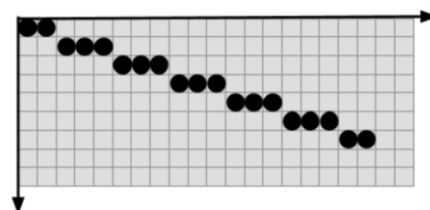


## 10. Odcinek na ekranie (3 pkt)

Na ekranie monitora odcinek można przedstawić tylko w sposób przybliżony. Stosuje się konstrukcję zwaną algorytmem Bresenhama. Startując od lewego górnego rogu ekranu, tj. piksela o współrzędnych (0,0), wybieramy piksele najlepiej przybliżające odcinek, wykonując ruchy poziome (kod S) lub po przekątnej (kod T).

Przedstawioną na rysunku konstrukcję odcinka łączącego punkty o współrzędnych (0,0) i (18, 6) można zakodować jako ST5(2ST)S, gdzie zapis 5(2ST) jest skrótem kodu SSTSSTSSTSSTSST.

Co wpisać zamiast X i Y, aby kod S4(TS)XY(TS)S4(TS) był kodem odcinka łączącego punkty (0,0) i (29,13)?



**UWAGA – ODPOWIEDZI!**

KoALa (KOMBINATORYKA-ALGORYTMIKA-LOGIKA) 2014/15  
V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudivy Potockiej w Poznaniu,  
Fundacja Matematyków Wrocławskich



**ODPOWIEDZI**

1. Parzystość ( $4 \times 1$  pkt)    a) bajt 2, bit D  
b) niemożliwe  
c) różne możliwości, np. bajt 1, bity A i D, bajt 2, bit A,  
d) niemożliwe
  
2. Koszule (2 pkt)    15
  
3. Agenci wywiadu ( $1 + 1 + 2$  pkt)    a) 4,    b) 6,    c) 8
  
4. Teleturniej (3 pkt)    KKKKK
  
5. Kryterium Koali ( $3 \times 1$  pkt)    A) 5, 7, 13, 30, 60  
B) różne możliwości odpowiednich ciągów długości 11 zaczynających się od liczby dod. (ew. długości 12 zaczynających się od 0), np. 1, 2, 4, ..., 1024  
C) różne możliwości odpowiednich ciągów długości 9 zaczynających się od 1 (ew. długości 10 zaczynających się od 0), np. 1, 2 i co druga liczba Fibonacciego, tj. 5, 13, 34, 89, 233, 610, 1597
  
6. Prom kosmiczny (3 pkt)    [836,] 837, 279, 93, 31, 30, 10, 9, 3, 1[, 0]
  
7. Pręty uranowe (3 pkt)    12, 34, 56, 78
  
8. Opłaty drogowe ( $1 + 2$  pkt)    a) 110 zł,    b) 21 €  
(1 pkt przyznawano przy układzie odpowiedzi: a) 90 zł, b) 17 €).
  
9. Gra planszowa (3 pkt)    5, 5, 2
  
10. Odcinek na ekranie (3 pkt)     $X = S,$      $Y = 5$