

KoALa (Kombinatoryka-Algorytmika-Logika)

(szkoła ponadgimnazjalna)

V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudyny Potockiej w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego,
Fundacja Matematyków Wrocławskich



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, uczennica V LO w Poznaniu.

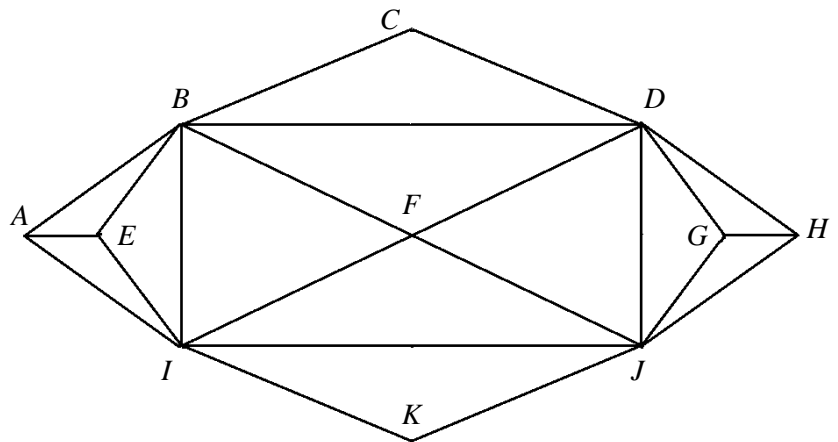
Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!

Czas pracy (z wpisaniem odpowiedzi do karty rozwiązań) to 45 minut.

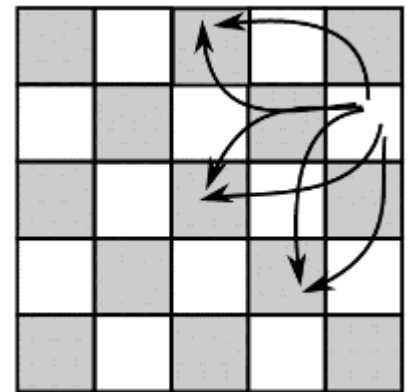
Powodzenia!

1. (2 pkt) Wczoraj wieczorem Andrzej poszedł na koncert, Bronek spędził wieczór z Olgą, Czesław nie widział Róży, która była w teatrze, a Paulina poszła do kina. Do towarzystwa należą jeszcze Sabina i Darek. Każdy chłopak był gdzieś z jedną z dziewczyn, przy czym jedna para była na wystawie. Kto był z kim i gdzie?

2. (3 pkt) Oto plan alejek w Parku Koali. Zaczynamy od skrzyżowania A. Podaj, przez jakie skrzyżowania może kolejno przechodzić trasa o minimalnej długości, którą przejdzie się wszystkie alejki (niektóre być może więcej niż raz) i:
a) wróci do A,
b) zakończy w dowolnym punkcie.

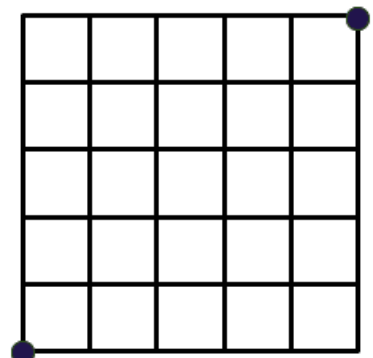


3. (3 pkt) Na tradycyjnie pokolorowanej szachownicy 5×5 ustawiamy na dowolnym polu konika szachowego. Konik jest czarodziejski, bo każde pole, którego dotknie (w tym to, na którym został postawiony na początku), zmienia kolor na przeciwny. Konik porusza się zgodnie z szachowymi zasadami, czyli po L-kach $2+1$ (patrz rysunek, gdzie przedstawiono wszystkie możliwe ruchy konika z jednego z brzegowych pól szachownicy), ale powłóczy nogami, to znaczy dotyka pól, przez które przechodzi – wobec czego po każdym ruchu trzy pola zmieniają kolor na przeciwny. W karcie odpowiedzi narysuj przykładową drogę konika o najmniejszej długości (można wielokrotnie przechodzić przez to samo pole lub kończyć na nim ruch), dzięki której pokolorowanie szachownicy zmieni się na przeciwne w stosunku do oryginalnego. Zaznacz punkt startowy.

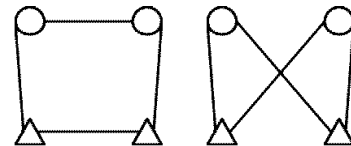


4. (3 pkt) Na stole leży n monet, z których jedna leży do góry orzełkiem, a reszta reszką. W pojedynczym ruchu możemy odwrócić dowolne trzy monety. Czy da się uzyskać n reszek, a jeśli tak, to w ilu ruchach minimalnie, jeśli: $n = 100$, $n = 101$, $n = 102$?

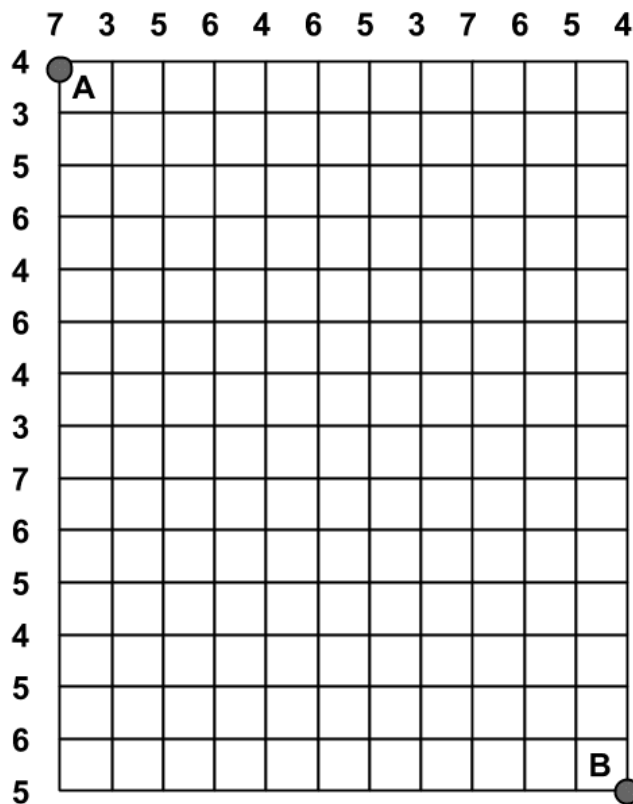
5. (3 pkt) Roboty Cot i Mysh poruszają się po siatce $n \times n$ (na rysunku obok $n = 5$), startując z jej przeciwległych naroży. Co sekundę Cot rzuca (sprawiedliwą) monetą i w zależności od wyniku przemieszcza się o jednostkę w górę lub prawo, a Mysh – analogicznie w dół lub lewo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że spotkają się po n sekundach, dla: $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$?



6. (3 pkt) W tańcu ludowym partnerzy ustawiają się naprzeciwko siebie w dwóch rzędach. Każdy z tancerzy podaje lewą rękę partnerowi, sąsiadowi z lewej lub partnerowi sąsiada z lewej. Analogiczna reguła dotyczy prawej ręki. Wyznacz liczbę możliwych układów rąk, jeśli par jest: 4, 5, 6. (Gdyby w zadaniu była mowa o dwóch parach, to rozwiązaniem byłyby dwa układy przedstawione na rysunku).



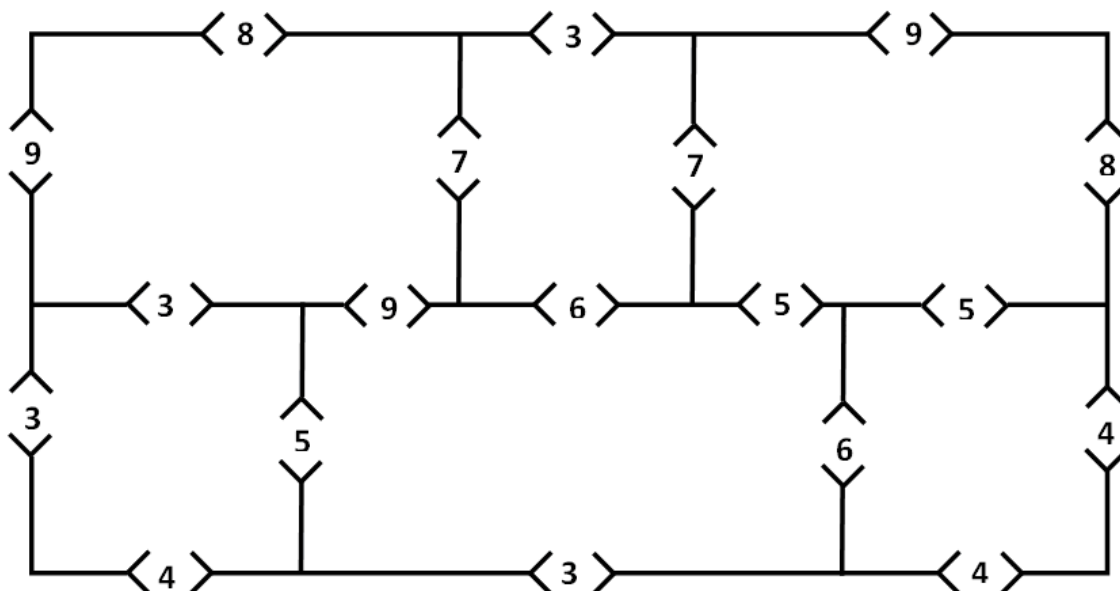
7. (3 pkt) W Koala City wprowadzono opłaty za przejazd przez prostokątne centrum, którego plan widnieje na rysunku. Przy każdej z 12 ulic pionowych i 15 poziomych podano koszt przejechania jej każdego pojedynczego odcinka (między sąsiednimi skrzyżowaniami). Jaki jest minimalny koszt podróży z A do B najkrótszą drogą? Zakładamy, że wszystkie odcinki są dwukierunkowe, a na skrzyżowaniach nie ma zakazów skrętu.



8. (1 pkt) Ile najwięcej punktów może otrzymać koala za przejście po komnatach labiryntu i powrót do punktu startu, jeśli za przejście przez każdą bramkę otrzymuje podaną przy niej liczbę punktów, a bramka, przez którą przeszedł, zamyka się i nie jest możliwe przejście przez nią kolejny raz (ale w każdej komnacie można być kilka razy)?

8'. (1 pkt) A jeśli podane liczby oznaczałyby, ile kosztuje dane przejście, a koala musiałby odwiedzić każdą komnatę (i wrócić do punktu startu) – ile musiałby minimalnie zapłacić?

● START



KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGIKA)

V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudivy Potockiej w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego,
Fundacja Matematyków Wrocławskich



KARTA ODPOWIEDZI (szkoła ponadgim.)

.....
imię i nazwisko, klasa (poziom)

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

1. Andrzej był z

Bronek był z

Czesław był z

Darek był z

2.a)

b)

4. $n = 100$:

$n = 101$:

$n = 102$:

5. $n = 3$: $n = 4$: $n = 5$:

6. 4 pary: 5 par: 6 par:

7. 8. 8'

