

KoALa (Kombinatoryka-Algorytmika-Logika)

(gimnazjum, szkoła ponadgim. 2017/18)



V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudyny Potockiej w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego,
Fundacja Matematyków Wrocławskich

Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, uczennica V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!

Czas pracy (z wpisaniem odpowiedzi do karty rozwiązań) to 45 minut. Powodzenia!

Zad. 1. (7 pkt) Przy zapisie sygnałów docierających z Kosmosu agent Scary stosuje następujące kodowanie: jeśli kolejny znak występuje raz, przepisuje go; jeśli znak pojawia się więcej razy z rzędu, zapisuje ten znak i liczbę jego wystąpień (czyli np. wiadomość, w skład której wchodzi kolejno: A, dwie litery B, sto C, jedna B i dwie C, zapisze jako AB2C100BC2). W ten sam sposób zakodował wiadomość złożoną z cyfr, uzyskując 12345. Ile jest wiadomości, które dają taki kod? Wyobraź sobie, że ustawiamy je w kolejności od najkrótszej do najdłuższej i opisz podobnie jak w powyższym przykładzie pierwsze trzy i ostatnie trzy.

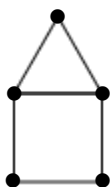
Zad. 2. (6 pkt) Robot powtarza n razy następującą sekwencję ruchów: pójść naprzód o 1 cm, obróć się w prawo o 90° , pójść naprzód o 2 cm, obróć się w prawo o 90° , pójść naprzód o 1 cm, obróć się w prawo o 90° , pójść naprzód o 1 cm. W jakiej odległości od punktu startu znajdzie się przy n równym: a) 2018? b) 123?

Zad. 3. (5 pkt) Na półce stoją w następującej kolejności części 12-tomowej encyklopedii: 11, 1, 10, 4, 3, 2, 8, 7, 12, 6, 9, 5. W pojedynczym ruchu robot jest w stanie wyciągnąć wybrany tom i wstawić go w dowolne miejsce na półce, tzn. na początek, na koniec albo pomiędzy dowolne dwa tomy.

a) Ilu ruchów robota wymaga ustawienie tomów po kolei (rosnąco)?

b) A gdyby trzeba było ustawić 100 tomów stojących początkowo w kolejności 2, 4, 6, ..., 100, 99, 97, 95, ..., 1?

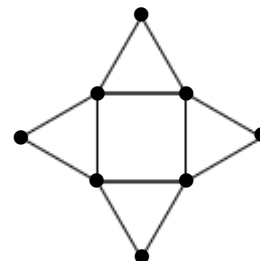
c) A 2, 4, 6, ..., 100, 1, 3, 5, ..., 99?



Zad. 4. (5 pkt) Po lewej mapa drogowa Wyspy Bergamuciej z zaznaczonymi miastami. Po ostatniej śnieżycy gubernator wyspy postanowił, że zamknięta zostanie maksymalna liczba dróg, przy której wciąż z każdego miasta da się dojechać do dowolnego innego. Na ile sposobów można to zrobić?

(Sposoby uważamy za różne, jeśli różnią się choć jedną zamkniętą drogą).

Zad. 4'. (3 pkt) A gdyby Wyspa wyglądała jak na schemacie po prawej?

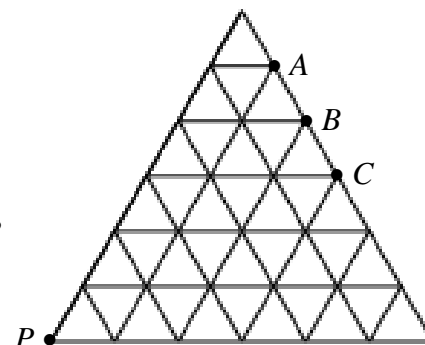


Zad. 5. (7 pkt) W radiowej zabawie słuchacz ma odgadnąć liczbę naturalną z przedziału od 1 do n , podając kolejno swoje strzały, a w odpowiedzi otrzymując za każdym razem jeden z trzech komunikatów: 1) trafiłeś, 2) podana liczba jest mniejsza niż szukana, 3) podana liczba jest większa niż szukana. Ile co najmniej pytań powinien móc zadać słuchacz, żeby mieć gwarancję otrzymania odpowiedzi „trafiłeś” przy n równym: a) 100, b) 2018, c) 2^{100} ?

Zad. 6. (8 pkt) Dozwolone operacje na zmiennej z to: (x) zmniejszenie jej o 1 oraz (y) pomnożenie przez 2.

Jaka jest najmniejsza liczba operacji x i y w sumie potrzebna, by zmienna z zmieniła swą wartość z 1 na: a) 20, b) 99, c) $2^{100} + 2^{10}$?

Zad. 7. (9 pkt) Ile jest najkrótszych dróg łączących po siatce z rysunku punkt P z: A ? B ? C ?



Zad. dodatkowe (tylko dla rozstrzygnięcia ew. remisów laureatów).

$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 1$, $T_5 = 4$, $T_6 = 7$ itd. – każda kolejna liczba jest sumą poprzednich czterech.

Ile cyfr mają w zapisie dziesiętnym: ($1/8$ pkt) T_{22} , ($1/4$ pkt) T_{44} , ($1/2$ pkt) T_{99} ?

KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika)

V Liceum Ogólnokształcące im. Klaudivy Potockiej w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu,
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego,
Fundacja Matematyków Wrocławskich



KARTA ODPOWIEDZI

.....
kategoria (wpisz wyraźnie: *gimnazjum* albo *szkoła ponadgim.*)

.....
imię i nazwisko, klasa (poziom)

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

1. ile: pierwsze trzy:

ostatnie trzy:

2.a) b)

3.a) b) c) 4. 4'

5.a) b) c) 6.a) b) c)

7. PA: PB: PC:

dotatkowe: T_{22} - T_{44} - T_{99} -