

# VI KoALa (Kombinatoryka-Algorytmika-Logika) 2020

## SZKOŁY ŚREDNIE

Organizatorzy:

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego  
Fundacja Matematyków Wrocławskich  
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu  
Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej  
Oddział Poznański Polskiego Towarzystwa Matematycznego  
V Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu



---

**W tym roku konkurs odbywa się zdalnie, ale to nie znaczy, że można pracować nieuczciwie. Wysłanie rozwiązań jest równoznaczne z potwierdzeniem słowem honoru, że Twoja praca była samodzielna!**

**Odpowiedzi** (bez uzasadnień) należy wpisać do treści mejla, w którym otrzymałaś(-łeś) zadania, i wysłać do godziny 11<sup>00</sup> na adres: [mikolaj@math.uni.wroc.pl](mailto:mikolaj@math.uni.wroc.pl)  
Nie wysyłaj odpowiedzi jako załącznik do mejla. Takie rozwiązania nie będą sprawdzane. Powodzenia!

---

**W zadaniach 1-3 w każdym podpunkcie podaj odpowiedź „tak” lub „nie.”**

W każdym zadaniu za 5 poprawnych odpowiedzi uzyskasz 10 pkt. Za mniej – tyle punktów, ilu poprawnych odpowiedzi udzielił.

**ZAD. 1.** Czy przez wstawienie w miejsce wielokropków znaków plus lub minus do wyrażenia  $0...1...2...3...4...5...6...7...8...9$  można uzyskać poniższe liczby?

- a) -44      b) -39      c) -1      d) 0      e) 22

**ZAD. 2.** Punkty kratowe w układzie współrzędnych to takie punkty, których obie współrzędne są całkowite. Kasia wybrała pięć różnych punktów kratowych na płaszczyźnie, a następnie narysowała wszystkie odcinki o końcach w tych punktach. Ile środków tych odcinków może wypaść w punktach kratowych? Czy ich liczba może być jedną z poniższych?

- a) 0      b) 2      c) 3      d) 4      e) 9

**ZAD. 3.** Janek zapisał ciąg liczb 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 itd. Teraz kolejno dodaje liczby z tego ciągu, czyli tworzy sumy: 1, 1+2, 1+2+2, 1+2+2+3, 1+2+2+3+3 itd. Czy może uzyskać w ten sposób poniższe wielkości?

- a) 123      b) 234      c) 345      d) 456      e) wielokrotność dowolnej liczby całkowitej dodatniej

**W zadaniu 4 udziel krótkiej odpowiedzi na każde pytanie.**

Za każdą poprawną odpowiedź otrzymasz 2 pkt.

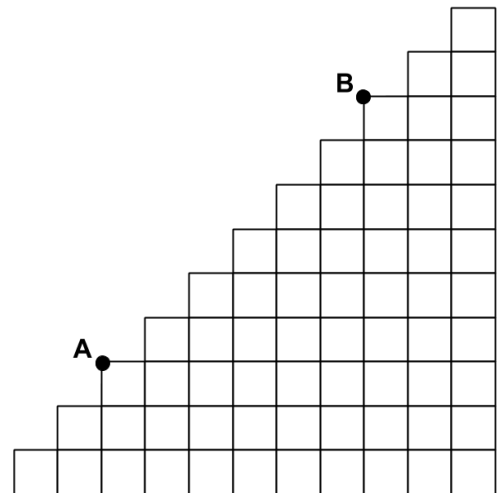
**ZAD. 4.** Janek znów zapisał ten sam ciąg co w zadaniu 3: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 itd.

- a) Jaka liczba znajduje się na setnej pozycji w tym ciągu?  
b) Na których pozycjach stoją dwunastki?  
c) Jak wygląda pierwszy fragment tego ciągu złożony z 2020 liczb, którego wszystkie elementy są podzielne przez 7?

**W zadaniach 5-8 podaj ostateczną odpowiedź.**

Za każdą poprawną otrzymasz 5 pkt.

**ZAD. 5.** Na rysunku przedstawiono sieć alejek w Parku Kultury Matematycznej. Wszystkie odcinki każdej alejki są tej samej długości. W parku zawsze chodzimy oczywiście po alejkach, a nie na skróty. Na ile sposobów można odbyć najkrótszy spacer z *A* do *B*?



**ZAD. 6.** Na ile sposobów można utworzyć skrót KOAL (od nazwy KOmbinatoryka – ALgorytmika) z liter poniższej tabeli, przesuując się od jednej litery do sąsiedniej tylko w pionie, poziomie lub na ukos?

L	L	L	L	L	L	L
L	A	A	A	A	A	L
L	A	O	O	O	A	L
L	A	O	K	O	A	L
L	A	O	O	O	A	L
L	A	A	A	A	A	L
L	L	L	L	L	L	L

**ZAD. 7.** Szesnastoma kamieniami tetromina w kształcie litery L (patrz rysunek) należy wypełnić szachownicę  $8 \times 8$ , tak aby wszystkie jej pola były pokryte. Na jednym z kamieni narysowano kropkę, jak na rysunku. Kamienie można odwracać na drugą stronę, a czarna kropka jest widoczna z obu stron. Na ilu polach szachownicy może się znaleźć kropka?



**ZAD. 8.** Adam i Bartek wymyślili pewną grę. Na kartce zapisali jeden za drugim 44 znaki minus. Grając, wykonują ruchy na przemian. W każdym ruchu gracz może zmienić jeden lub dwa sąsiednie minusy na plusy. Wygrywa ten, kto zmieni ostatni minus. Adam wykonuje ruch jako pierwszy. Co powinien zrobić, aby móc zapewnić sobie wygraną niezależnie od ruchów Bartka?