

IX KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika), 2023

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
Fundacja Matematyków Wrocławskich
Oddział Poznański Polskiego Towarzystwa Matematycznego
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu
Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej
V Liceum Ogólnokształcące w Poznaniu



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, absolwentka V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z kalkulatorów, telefonów, komputerów i innych pomocy.

Odpowiedzi należy umieścić w miejscach zaznaczonych przy pytaniach.

Czas pracy wynosi 45 minut. Powodzenia!

kategoria „Junior” (klasy VI–VIII SP)

.....
imię i nazwisko, klasa

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

1. (6 p.) Ile jest liczb naturalnych, których każda cyfra poza pierwszą jest mniejsza od poprzedniej:

2-cyfrowych?

3-cyfrowych?

2. (9 pkt) Mamy 7 monet o różnych nominałach n_1, n_2, \dots, n_7 , przy czym zakładamy, że nominałem może być każda dodatnia liczba całkowita. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość największej z liczb n_1, n_2, \dots, n_7 , jeśli mając do dyspozycji te monety, da się zapłacić każdą całkowitą kwotą od 1 do:

60 (włącznie)?

66 (włącznie)?

70 (włącznie)?

3. (12 p.) Mówimy, że liczba x jest zwierzchnikiem liczby naturalnej z , jeśli w zbiorze Y jest liczba dająca przy dzieleniu przez 10 tę samą resztę co x , a przy dzieleniu przez 11 tę samą resztę co z . Zwierzchnikiem ilu liczb trzycyfrowych jest liczba 1, jeśli zbiór Y to:

{11, 12, 13, ..., 99}?

{11, 12, 13, ..., 19}?

{10, 20, 30, ..., 90}?

Ile minimalnie elementów musi mieć Y , żeby liczba 1 była zwierzchnikiem:

liczb 11, 22, 33, ... i 99?

liczb 10, 20, 30, ... i 90?

liczb 11, 12, 13, ... i 19?

wszystkich liczb naturalnych?

4. (12 p.) Robot Pi przemieszcza się kolejno o 1 cm na północ, o 2 cm na południe, o 3 cm na północ, o 4 cm na południe itd. (czyli np. po czwartym ruchu znajdzie się o 2 cm na południe od punktu startu, a po piątym – o 3 cm na północ od punktu startu). W jakiej odległości od startu znajdzie się Pi:

po 100 ruchach:

po 101 ruchach:

Które ruchy Pi zakończy w odległości 3,14 m od punktu startu?

Jaką drogę pokona w sumie Pi w ciągu 100 ruchów?

Po ilu ruchach Pi pokona w sumie:

28,5 m? 33,21 m? 3321 m?

Jeśli uważasz, że któraś odpowiedź jest niemożliwa (bo nigdy tak się nie stanie), napisz „nigdy”.

5. (11 p.) Robot Ro umie wykonywać następującą procedurę Pr z parametrem n :

```
{ - obróć się o  $90^\circ$  w prawo;  
  - przejdź naprzód o  $n$  jednostek;  
  - jeśli  $n > 0$ , wykonaj  $Pr(n-1)$ ;  
}
```

Podpisując długości wszystkich odcinków, naszkicuj trasę, jaką przebędzie Ro, gdy wystartuje zwrócony na północ i wykona:

$Pr(2)$:

$Pr(3)$:

$Pr(5)$:

Zadanie dodatkowe (dla rozstrzygnięcia ewentualnych remisów)

Ile wynosi suma $1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + \dots + 2023 \cdot 2023$?