

XII KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika), 2026

Fundacja Matematyków Wrocławskich
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, absolwentka V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!

Odpowiedzi umieść w pozostawionych przy pytaniach miejscach.

Liczby do 1024 powinny być wyliczone dokładnie, a większe mogą być podawane jako iloczyny (np. potęgi albo silnie) lub sumy maksymalnie czterech iloczynów.

Czas pracy: 45 min. Powodzenia!

kategoria „Senior” (szkoły ponadpodstawowe)

.....
imię i nazwisko, klasa

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

Zad. 1. (12 pkt) Konik szachowy bryka po kwadratowej szachownicy, której wiersze i kolumny numerowane są kolejno od 1 do n . Z pola o współrzędnych (w, k) może skoczyć na pola o współrzędnych $(w \pm 1, k \pm 2)$ lub $(w \pm 2, k \pm 1)$, gdzie znaki $+$ i $-$ można dobierać dowolnie. Nie są możliwe ruchy do wierszy ani kolumn o numerach spoza przedziału $[1, n]$.

W ilu najmniej ruchach konik może przemieścić się z pola $(1, 1)$ na (n, n) , jeśli $n =$

99 100 101

Jeśli uważasz, że takie przejście jest niemożliwe, wpisz 0.

Zad. 2. (21 pkt)

Ile jest podzielnych przez 8 liczb dziesięciocyfrowych o różnych cyfrach?

Liczba palindromiczna to taka, która czytana od przodu i od tyłu wygląda tak samo.

Ile jest podzielnych przez 8 dziesięciocyfrowych liczb palindromicznych?

Ile jest podzielnych przez 15 dziesięciocyfrowych liczb palindromicznych?

Zad. 3. Na stole leży n kamyków. Ala i Barnaba grają w grę polegającą na zabieraniu na przemian ze stołu jednego kamyka lub połowy leżących tam kamyków (przy czym taki ruch jest niemożliwy, jeśli ich liczba jest nieparzysta). Pierwszy ruch wykonuje Ala, a wygrywa osoba, która zabierze ostatni kamyk.

3.1. (10 pkt) Ile ruchów minimalnie może liczyć rozgrywka, gdy: $n = 63$

$n = 101$ n ma zapis dwójkowy 11100110001

3.2. (12 pkt) Przez rozgrywkę możemy rozumieć ciąg liczb kamyków leżących na stole przed kolejnymi ruchami (np.: 26, 25, 24, 12, 6, 5, 4, 2, 1). Ile różnych rozgrywek jest możliwych dla $n =$

20 21 22

3.3. (11 pkt) Dla jakich $n > 1$ Ala ma strategię wygrywającą i jaki powinien być jej pierwszy ruch, aby mogła zapewnić sobie wygraną niezależnie od ruchów Barnaby, jeśli będzie postępować właściwie?

Zad. 4. Oto definicja funkcji $f(x, y)$:

do zmiennej k wpisz wartość x
 dopóki y nie dzieli się przez k , zwiększaj k o 1
 dopóki y dzieli się przez k , do zmiennej y wpisz wartość y/k
 jeśli $k < y$, wartością funkcji f dla podanych jej argumentów jest $1 + f(k + 1, y)$,
 w przeciwnym wypadku wartością funkcji f dla podanych jej argumentów jest k

4.1. (10 pkt) Ile wynosi: $f(2, 2^{99}) =$ $f(3, 2^{99}) =$

$f(2, 6^{99}) =$ $f(9, 99) =$ $f(10, 99) =$

4.2. (12 pkt) Jeśli istnieje, podaj najmniejsze naturalne n , dla którego $f(2, n)$ wynosi:

11: 10: 8:

Jeśli nie ma takiego n , jako odpowiedź wpisz 0.

4.3. (12 pkt) Jeśli istnieje, podaj najmniejsze $n > 99$, dla którego $f(2, n)$ wynosi:

2: 5: 11:

Jeśli nie ma takiego n , jako odpowiedź wpisz 0.

Zad. 4* Ile jest takich $n < 2026$, że $f(2, n) = n$? (Punkty za to zadanie przyznamy tylko przy rozstrzygnięciu remisów wśród laureatów).

XII KoALa (KOmbinatoryka-Algorytmika-Logika), 2026

kategoria „Senior” (szkoły ponadpodstawowe) – SCHEMAT OCENIANIA

Zad. 1. 3·4 pkt: 99 **68** 100 **66** 101 **68**

Zad. 2. 3·7 pkt:

Ile jest podzielnych przez 8 liczb dziesięciocyfrowych o różnych cyfrach? 403200

Ile jest podzielnych przez 8 dziesięciocyfrowych liczb palindromicznych? 10000

Ile jest podzielnych przez 15 dziesięciocyfrowych liczb palindromicznych? 3333

Zad. 3. (33 pkt) 3.1. 3+3+4 pkt: $n = 63$ **11** (3 pkt)

$n = 101$ **10** (3 pkt) 11100110001 **16** (4 pkt)

3.2. 3·4 pkt: 20 **30** 21 **30** 22 **37**

(Za środkową odpowiedź 4 pkt przyznajemy, nawet jeśli jest błędna, ale taka sama jak dla $n = 20$).

3.3. (11 pkt) Ma strategię dla n parzystych większych od 2 (3 pkt)

oraz dla $n = 3$ (1 pkt) i $n = 1$, ale to można pominąć.

Dla $n \in \{3, 4\}$ pierwszy ruch musi doprowadzić do $n = 2$ (2 pkt), dla pozostałych oprócz $n = 6$ – do dow. liczby nieparzystej (4 pkt), a dla $n = 6$ trzeba odjąć 1 (1 pkt).

Za odp., że zawsze powinna odjąć 1, przyznajemy 2 pkt (zamiast tych 5).

Zad. 4. (34 pkt) 4.1. 5·2 pkt: $f(2, 2^{99}) = 2$ $f(3, 2^{99}) = 4$

$f(2, 6^{99}) = 4$ $f(9, 99) = 12$ $f(10, 99) = 11$

4.2. 3·4 pkt: 11: **11** 10: **210** 8: **14**

4.3. 3·4 pkt: 2: **128** 5: **125** 11: **121**

Zad. 4* 306

XII KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika), 2026

Fundacja Matematyków Wrocławskich
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, absolwentka V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!

Odpowiedzi umieść w pozostawionych przy pytaniach miejscach.

Czas pracy: 45 min. Powodzenia!

kategoria „Junior” (klasy VI–VIII SP)

.....
imię i nazwisko, klasa

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

Zad. 1. Na stole leży n kamyków. Ala i Barnaba grają w grę polegającą na zabieraniu na przemian ze stołu jednego kamyka lub połowy leżących tam kamyków (przy czym taki ruch jest niemożliwy, jeśli ich liczba jest nieparzysta). Pierwszy ruch wykonuje Ala, a wygrywa osoba, która zabierze ostatni kamyk.

1.1. (9 pkt) Ile ruchów minimalnie może liczyć rozgrywka, gdy: $n = 44$

$n = 63$

$n = 101$

1.2. (12 pkt) Przez rozgrywkę możemy rozumieć ciąg liczb kamyków leżących na stole przed kolejnymi ruchami (np.: 26, 25, 24, 12, 6, 5, 4, 2, 1). Ile różnych rozgrywek jest możliwych dla $n =$

10

11

12

1.3. (12 pkt) Jaki powinien być pierwszy ruch Ali, aby mogła zapewnić sobie wygraną niezależnie od ruchów Barnaby, jeśli będzie postępować właściwie, gdy gra rozpoczyna się od $n =$

4

6

5

11

8

100

Jeśli uważasz, że Ala nie ma takiego ruchu, napisz 0, w przeciwnym razie wpisz „zabrać 1” albo „zabrać połowę”.

Zad. 2. (30 pkt)

Ile jest podzielnych przez 4 liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach?

Liczba palindromiczna to taka, która czytana od przodu i od tyłu wygląda tak samo.

Ile jest podzielnych przez 4 czterocyfrowych liczb palindromicznych?

Ile jest podzielnych przez 6 czterocyfrowych liczb palindromicznych?

Jaka jest najmniejsza siedmiocyfrowa liczba palindromiczna podzielna przez:

7: 6: 4:

Zad. 3.

Robot umie wykonywać procedurę p z parametrem x o następującym działaniu:

dopóki n nie dzieli się przez x , wykonuj instrukcję: { zmniejszaj wartość x o 1 };
przejdź do przodu o x cm i zakończ działanie.

3.1. (21 pkt) O ile cm przesunie się robot przy wykonywaniu

procedury p z parametrem: 25, jeżeli $n = 100$

100, jeżeli $n = 100$ 9, jeżeli $n = 100$

99, jeżeli $n = 100$ 9, jeżeli $n = 17$

44, jeżeli $n = 100$ 17, jeżeli $n = 9$

3.2. (8 pkt) Jaka jest najmniejsza wartość n , dla której wykonanie procedury z parametrem $n-1$ spowoduje przejście robota o:

11 cm 20 cm

3.3. (8 pkt) Jakie jest najmniejsze dwucyfrowe n , dla którego

wykonanie procedury z parametrem $n-1$ spowoduje przejście robota o 1 cm?

Zad. 3* Ile jest trzycyfrowych n , dla których

wykonanie procedury z parametrem $n-1$ spowoduje przejście robota o 1 cm?

(Punkty za to zadanie przyznamy tylko przy rozstrzygnięciu remisów wśród laureatów).

XII KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGIKA), 2026

kategoria „Junior” (klasy VI–VIII SP) – SCHEMAT OCENIANIA

Zad. 1. (33 pkt) 1.1. 3·3 pkt: $n = 44$ **8**

$n = 63$ **11** $n = 101$ **10**

1.2. 3·4 pkt: 10 **7** 11 **7** 12 **10**

(Za środkową odpowiedź 4 pkt przyznajemy, nawet jeśli jest błędna, ale taka sama jak dla $n = 10$).

1.3. 6·2 pkt: 4 zabrać połowę 6 zabrać 1

5 0 11 0

8 zabrać 1 100 zabrać 1

Zad. 2. (6·5 pkt) Ile jest podzielnych przez 4 liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach? 1120

Ile jest podzielnych przez 4 czterocyfrowych liczb palindromicznych? 20

Ile jest podzielnych przez 6 czterocyfrowych liczb palindromicznych? 13

Jaka jest najmniejsza siedmiocyfrowa liczba palindromiczna podzielna przez:

7: 1002001 6: 2002002 4: 2100012

Zad. 3 (37 pkt) 3.1. 7·3 pkt: 25, jeżeli $n = 100$ **25**

100, jeżeli $n = 100$ **100** 9, jeżeli $n = 100$ **5**

99, jeżeli $n = 100$ **50** 9, jeżeli $n = 17$ **1**

44, jeżeli $n = 100$ **25** 17, jeżeli $n = 9$ **9**

3.2. 2·4 pkt: 11 cm **22** 20 cm **40**

3.3. 8 pkt: 11

Zad. 3* 143

XII KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika), 2026

Fundacja Matematyków Wrocławskich
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, absolwentka V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!

Odpowiedzi umieść w pozostawionych przy pytaniach miejscach.

Czas pracy: 45 min. Powodzenia!

kategoria „Młodzik” (klasy III–V SP)

.....
imię i nazwisko, klasa

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

Zad. 1. (34 pkt) Na stole leżą kamyki. Robot wykonuje ruchy polegające na zabraniu pojedynczego kamyka, a jeśli ich liczba jest parzysta, zamiast jednego może wziąć ich połowę. Zapisujemy, ile kamyków leży na stole przed kolejnymi ruchami robota, np.: $10 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Przy jednym kamyku na stole robot może zabrać ostatni kamyk, czyli usunięcie ze stołu wszystkich zajmie mu 7 ruchów. Jeśli początkowo na stole było 10 kamyków, sytuacja może też zmieniać się tak: $10 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, czyli rezultat uzyska się w 6 ruchach. Możliwe są inne sposoby zabrania przez robota 10 kamyków. Podaj taki, który wymaga najmniejszej możliwej liczby ruchów, i jeszcze dwa inne.

Sposób najszybszy:

Inny:

Jeszcze inny:

Ilu co najmniej ruchów robota wymaga usunięcie 11 kamyków?

A usunięcie 12 kamyków?

Czy możliwe jest usunięcie 4 kamyków w parzystej liczbie ruchów?

A w nieparzystej?

Czy możliwe jest usunięcie 6 kamyków w parzystej liczbie ruchów?

A w nieparzystej?

Czy możliwe jest usunięcie 7 kamyków w parzystej liczbie ruchów?

A w nieparzystej?

Czy możliwe jest usunięcie 8 kamyków w parzystej liczbie ruchów?

A w nieparzystej?

Zad. 2. (32 pkt) Zapisz największą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach:

Zapisz największą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 2:

Zapisz największą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 5:

Zapisz najmniejszą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach:

Zapisz najmniejszą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 2:

Zapisz najmniejszą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 5:

Zapisz największą liczbę dziesięciocyfrową o różnych cyfrach
podzielną przez 2:

Zapisz największą liczbę dziesięciocyfrową o różnych cyfrach
podzielną przez 5:

Zad. 3. Program, który napisał Jaś, wykonuje następujące operacje:

wczytaj liczbę n ;

do zmiennej k wpisz wartość $n - 1$;

dopóki k nie jest dzielnikiem liczby n , wykonuj instrukcję: { zmniejszaj wartość k o 1 };

wypisz wartość k

3.1. (26 pkt) Co wypisze komputer, jeśli jako n wczyta liczbę:

15 100

16 11 12345678

27 2 123456789

3.2. (8 pkt) Jaka jest najmniejsza wartość n , dla której komputer wypisze: 11

20

Zad. * Ile cyfr ma liczba $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2026$

(czyli iloczyn dodatnich liczb całkowitych od 1 do 2026)?

(Punkty za to zadanie przyznamy tylko przy rozstrzygnięciu remisów wśród laureatów).

XII KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika), 2026

kategoria „Młodzik” (klasy III–V SP) – SCHEMAT OCENIANIA

Zad. 1. (34 pkt) Sposób najszybszy: $10 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

(4 pkt; a jeśli podano przebieg możliwy, ale nie najkrótszy – przyznajemy 2 pkt)

2-3 pkt: Inny: dowolny inny i różny od przykładowego,

czyli tego: $10 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ (sprawdzamy poprawność)

Jeszcze inny: dowolny jeszcze inny (sprawdzamy poprawność)

Ilu co najmniej ruchów robota wymaga usunięcie 11 kamyków? **6** (4 pkt)

A usunięcie 12 kamyków? **5** (4 pkt)

8-2 pkt:

Czy możliwe jest usunięcie 4 kamyków w parzystej liczbie ruchów? **TAK**

A w nieparzystej? **TAK**

Czy możliwe jest usunięcie 6 kamyków w parzystej liczbie ruchów? **TAK**

A w nieparzystej? **TAK**

Czy możliwe jest usunięcie 7 kamyków w parzystej liczbie ruchów? **TAK**

A w nieparzystej? **TAK**

Czy możliwe jest usunięcie 8 kamyków w parzystej liczbie ruchów? **TAK**

A w nieparzystej? **TAK**

Zad. 2. 8-4 pkt: Zapisz największą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach: **98765**

Zapisz największą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 2: **98764**

Zapisz największą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 5: **98765**

Zapisz najmniejszą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach: **10234**

Zapisz najmniejszą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 2: **10234**

Zapisz najmniejszą liczbę pięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 5: **10235**

Zapisz największą liczbę dziesięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 2: **9876543210**

Zapisz największą liczbę dziesięciocyfrową o różnych cyfrach podzielną przez 5: **9876543210**

Zad. 3. (34 pkt) 3.1. 6-3 pkt za pierwsze dwie kolumny:

15 5	100 50	<u>+ 2-4 pkt za trzecią kolumnę:</u>
16 8	11 1	12345678 6172839
27 9	2 1	123456789 41152263

3.2. 2-4 pkt: 11 **22**

20 **40**

Zad. * Ile cyfr ma liczba $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2026$

(czyli iloczyn dodatnich liczb całkowitych od 1 do 2026)? **5822**