

ELIMINACJE SZKOLNE

nazwa szkoły:

imię i nazwisko:.....

klasa:

W zadaniach 1-2 podaj odpowiedź w każdym przykładzie.

Zad. 1. Ile wynosi dana średnia?

a) arytmetyczna liczb 1 i 7

b) harmoniczna liczb 5 i 20

c) kwadratowa liczb 1 i 7

d) geometryczna liczb 5 i 20

Zad. 2. Ile wynosi dana średnia?

a) arytmetyczna liczb 1, 2, 5

b) geometryczna liczb 1, 2, 5

c) harmoniczna liczb 1, 2, 5

d) kwadratowa liczb: 1, 2, 5

W zadaniach 3-6 zaznacz kółkiem TAK lub NIE.

Zad. 3. Czy podane nierówności są prawdziwe?

$$a) \frac{\frac{3}{\frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}}}{3} \leq \sqrt{\frac{2020^2 + 2021^2 + 2022^2}{3}}$$

TAK / NIE

$$b) \sqrt{\frac{2020^2 + 2021^2 + 2022^2}{3}} \leq \sqrt[3]{2019 \cdot 2020 \cdot 2021}$$

TAK / NIE

$$c) \frac{2020 + 2021 + 2022}{3} \leq \frac{3}{\frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}}$$

TAK / NIE

$$d) \sqrt[3]{2019 \cdot 2020 \cdot 2021} \leq \frac{2020 + 2021 + 2022}{3}$$

TAK / NIE

Zad. 4. Które zdania są prawdziwe dla dowolnych liczb dodatnich?

a) Średnia geometryczna dowolnej liczby liczb nie przekracza ich średniej arytmetycznej. TAK / NIE

b) Średnia harmoniczna dwóch różnych liczb jest większa od ich średniej geometrycznej. TAK / NIE

c) Średnia geometryczna odwrotności 4 liczb jest odwrotnością średniej geometrycznej tych liczb. TAK / NIE

d) Średnia harmoniczna liczb a, b, c, d jest średnią harmoniczną średnich harmonicznnych par a, b i c, d .
TAK / NIE

Zad. 5. Czy nierówność jest prawdziwa dla dowolnego x ?

a) $3x^2 + 7 > 9x$ TAK / NIE

b) $x^2 + 13 > 7x$ TAK / NIE

c) $2x^2 + 3 > 5x$ TAK / NIE

d) $x^2 + 16 > 8x$ TAK / NIE

Zad. 6. Czy nierówność zachodzi dla dodatnich x i y ?

a) $8x^3 + y^3 + 1 > 6xy$ TAK / NIE

b) $8x^3 + y^3 + 1 < 5xy$ TAK / NIE

c) $8x^3 + y^3 + 1 < 3xy$ TAK / NIE

d) $8x^3 + y^3 + 1 > 4xy$ TAK / NIE

Zad. 7. Czy nierówność zachodzi dla dodatnich x i y ?

a) $x^3 + 27y^3 + 1 > 9xy$ TAK / NIE

b) $x^3 + 27y^3 + 1 < 9xy$ TAK / NIE

c) $x^3 + 27y^3 + 1 < 18xy$ TAK / NIE

d) $x^3 + 27y^3 + 1 > 6xy$ TAK / NIE

Zad. 8. Czy podana nierówność jest prawdziwa dla wszystkich liczb rzeczywistych x i y ? Zaznacz TAK/NIE. Przy odpowiedzi TAK napisz, kiedy zachodzi równość.

a) $4xy \leq x^2 + 4y^2$ TAK / NIE

.....

b) $4xy \leq x^2 + 0,25y^2$ TAK / NIE

.....

c) $70xy \leq 25x^2 + 49y^2$ TAK / NIE

.....

d) $70xy \leq 24x^2 + 49y^2$ TAK / NIE

.....

Zad. 9. Czy podana nierówność jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej x ? Zaznacz TAK/NIE.
Przy odpowiedzi TAK napisz, kiedy zachodzi równość.

a) $20x \leq x^2+100$ TAK / NIE

.....

b) $20x \leq 100x^2+1$ TAK / NIE

.....

c) $20x \leq 10x^2+10$ TAK / NIE

.....

d) $20x \leq 25x^2+40$ TAK / NIE

.....

Zad. 10. Czy podana nierówność jest prawdziwa dla wszystkich liczb rzeczywistych x, y, z ? Zaznacz TAK/NIE.
Przy odpowiedzi TAK napisz, kiedy zachodzi równość.

a) $30x^2y^3z^5 \leq 225x^4y^6+z^{10}$ TAK / NIE

.....

b) $30x^2y^3z^5 \leq 25x^4z^{10}+9y^6$ TAK / NIE

.....

c) $2xy + 2yz \leq x^2+2y^2+z^2$ TAK / NIE

.....

d) $4xy + 4yz \leq 4x^2+2y^2+4z^2$ TAK / NIE

.....

Zad. 11. Udowodnij, że dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej x zachodzi nierówność $5x^3 \leq 3x^5+2$.

Zad. 12. Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c, d zachodzi nierówność $\frac{3ab}{a^2+6b^2} \leq \frac{2c^2+3d^2}{8cd}$.

Zad. 13. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c , zachodzi nierówność

x) $4ab + 6ac + 12bc \leq 13a^2 + 10b^2 + 5c^2$

y) $15ab + 21ac + 35bc \leq 37a^2 + 29b^2 + 17c^2$

z) $3ab \leq 5a^2 + b^2$

Zad. 14.

x) Liczby a, b, c, d, e spełniają warunek $a+b+c+d+e=1$. Podaj najlepsze możliwe oszacowanie wyrażenia:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} \quad \dots\dots\dots$$

$$abcde \quad \dots\dots\dots$$

$$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2 \quad \dots\dots\dots$$

y) Liczby a, b, c, d, e spełniają warunek $abcde=1$. Podaj najlepsze możliwe oszacowanie wyrażenia:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} \quad \dots\dots\dots$$

$$a+b+c+d+e \quad \dots\dots\dots$$

$$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2 \quad \dots\dots\dots$$

z) Liczby a, b, c, d spełniają warunek $a+b+c+d=1$. Podaj najlepsze możliwe oszacowanie wyrażenia

$$ab+bc+cd+da \quad \dots\dots\dots$$

14. x) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} \geq 25$
 $abcde \leq \frac{1}{5^5} \left(= \frac{1}{30125} \right)$
 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq \frac{1}{5}$
 y) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} \geq 5$
 $a + b + c + d + e \geq 5$
 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq 5$
 z) $ab + bc + cd + da \leq \frac{1}{4}$