

Obozowa liga zadaniowa (seria I)

1. Rozstrzygnij, która liczba jest większa: 2^{29} czy 3^{21} ?
2. Rozstrzygnij, która liczba jest większa: 2^{81} czy 3^{49} ?
3. W trójkącie ABC kąty przy wierzchołkach A , B , C mają odpowiednio miary 10° , 30° i 140° . Punkt D leży na boku AC , a przy tym $CD = BC$. Punkt E jest środkiem boku AB . Wyznacz miarę kąta $\sphericalangle AED$.

Obozowa liga zadaniowa (seria II)

4. Rozstrzygnij, czy dla każdych liczb rzeczywistych dodatnich x, y, z zachodzi nierówność

$$xyz \leq 10^{10} \cdot (x^2 + y^2 + z^2).$$

5. Rozstrzygnij, czy dla każdych liczb rzeczywistych dodatnich x, y, z zachodzi nierówność

$$xyz \leq 10^{10} \cdot (x^4 + y^4 + z^4).$$

6. W trójkącie ABC kąty przy wierzchołkach A, B, C mają odpowiednio miary $10^\circ, 20^\circ$ i 150° . Punkt D leży na boku AB , przy czym $AD = BC = 1$. Oblicz długość odcinka CD .

Obozowa liga zadaniowa (seria III)

7. W trójkącie równoramiennym o podstawie długości 1 i ramionach długości 2 opuszczono wysokość z jednego z wierzchołków podstawy na przeciwległe ramię trójkąta. Oblicz długość tej wysokości.

8. W trójkącie o bokach długości 7, 8 i 9 opuszczono wysokość na bok długości 8. Oblicz długość tej wysokości.

9. Rozstrzygnij, czy z kartki papieru w kształcie kwadratu o boku 11 można wyciąć 5 kwadratów o boku 4.

Obozowa liga zadaniowa (seria IV)

10. Udowodnij, że dla każdych liczb rzeczywistych dodatnich x, y, z zachodzi nierówność

$$2\sqrt{2} \cdot xyz^2 \leq x^4 + y^4 + z^4.$$

11. Rozstrzygnij, czy dla każdych liczb rzeczywistych dodatnich x, y, z zachodzi nierówność

$$3 \cdot xyz^2 \leq x^4 + y^4 + z^4.$$

12. W trójkącie o bokach długości a, b, c kąt między bokami długości a i b ma miarę 150° . Udowodnij, że wówczas

$$c^2 = a^2 + \dots ab + b^2.$$

W miejsce kropek wpisz odpowiednią liczbę (niezależną od a, b, c).

Obozowa liga zadaniowa (seria V)

13. Dane są liczby całkowite dodatnie m i n . Udowodnij, że jeżeli liczba mn jest podzielna przez 27, to co najmniej jedna z liczb m , n jest podzielna przez 9.

14. Dane są liczby całkowite dodatnie m i n . Udowodnij, że jeżeli liczba mn^2 jest podzielna przez 128, to co najmniej jedna z liczb m , n jest podzielna przez 8.

15. Sześciokąt równokątny $ABCDEF$ jest wpisany w okrąg o promieniu 7. Wiadomo, że $AB = 2$. Oblicz długość boku BC .