

WEKTORY W GEOMETRII

1. Udowodnij, że odcinek łączący środki boków trójkąta jest równoległy do boku trzeciego i co do długości równy jego połowie.
2. Udowodnij, że odcinek łączący środki ramion trapezu jest równoległy do obu podstaw, a jego długość równa jest średniej arytmetycznej długości podstaw.
3. Wykaż, że jeśli S jest środkiem ciężkości trójkąta ABC , to zachodzi równość $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{CS} = \vec{0}$.
4. Wykaż, że przekątne równoległoboku są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy jest on rombem.
5. Wykaż, że w równoległoboku suma kwadratów przekątnych równa jest sumie kwadratów boków.
6. Wektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ są bokami trójkąta. Wyznacz środkowe tego trójkąta w zależności od wektorów $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
7. Wykaż, że ze środkowych trójkąta można zbudować trójkąt.
8. Udowodnij, że środki boków dowolnego czworokąta są wierzchołkami równoległoboku.
9. Udowodnij, że jeśli przekątne czworokąta dzielą się na połowy, to czworokąt ten jest równoległobokiem.
10. W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczną AD kąta A . Wyznacz wektor \overrightarrow{AD} w zależności od wektorów \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .
11. Dane są trzy różne punkty A, B, C leżące na prostej k i punkt O nie leżący na tej prostej. Udowodnij, że $\overrightarrow{OC} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$.
12. Udowodnij, że środkowe w trójkącie dzielą się w stosunku $2 : 1$.
13. W trójkącie prostokątnym ABC poprowadzono wysokość CD z wierzchołka kąta ostrego. Wyznacz wektor \overrightarrow{CD} w zależności od wektorów \overrightarrow{CA} i \overrightarrow{CB} .
14. Wykaż, że wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie.
15. Wykaż, że dla dowolnego trójkąta zachodzi zależność $s = \frac{3}{4}d$, gdzie s oznacza sumę kwadratów długości środkowych, zaś d sumę kwadratów długości boków trójkąta.
16. W koło wielkie kuli o promieniu r wpisano kwadrat. Udowodnij, że suma kwadratów odległości dowolnego punktu P powierzchni kuli od wierzchołków kwadratu jest równa $8r^2$.