

Mecz matematyczny

1. Po wakacjach spotkało się 33 znajomych z klasy i na powitanie podali sobie ręce. Ile uścisków dłoni wymienili?
2. O której godzinie wskazówki zegara tworzą po raz trzeci w ciągu doby kąt 115° ?
3. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od tysiąca o sumie cyfr równej 7?
4. Ilość zerami kończy się liczba $2023! = 2023 \cdot 2022 \cdot \dots \cdot 1$?
5. Udowodnij, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność $x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 8x \geq 0$.
6. Ile jest liczb całkowitych dodatnich mniejszych od 200 podzielnych przez 2, 4, 5 lub 7?
7. Jaka jest suma cyfr liczby $10^{2023} - 2023$?
8. Ile jest trójek liczb naturalnych x, y, z spełniających $45^x \cdot 75^y = 15^z$
9. Dawid wybrał dwie liczby naturalne (uznajemy, że zero jest liczbą naturalną) i ustawił je na pierwszym i drugim miejscu ciągu. Każdy następny wyraz tego ciągu tworzył jako sumę dwóch poprzednich liczb. Na siódmym miejscu znalazła się liczba 2023. Ile najwięcej mogła wynosić pierwsza liczba?
10. Wylosowano trzynaście liczb naturalnych. Wykaż, że różnica pewnych dwóch z nich jest podzielna przez 12.
11. Czy istnieje trójkąt o bokach długości $2021^{2021}, 2022^{2022}, 2023^{2023}$?
12. Jeżeli między cyfry pewnej liczby dwucyfrowej wpisujemy cyfrę 0, to liczba ta wzrośnie dziewięciokrotnie. Jaka to liczba?