

# PARADOKSY MATEMATYCZNE

# PARADOKSY ARYTMETYCZNE

$$-6 = -6$$

$$4 - 10 = 9 - 15$$

$$4 - 10 + \frac{25}{4} = 9 - 15 + \frac{25}{4}$$

$$\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$$

$$2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$$

$$2 = 3$$

$$a + b = c$$

$$2a + 2b = 2c$$

$$4a + 4b = 4c$$

$$4a + 4b = 2c + 2c$$

$$4a + 4b = 2c + 2a + 2b$$

$$4a + 4b - 4c = 2c + 2a + 2b - 4c$$

$$4a + 4b + 4c = 2a + 2b - 2c$$

$$4(a + b - c) = 2(a + b - c)$$

$$4 = 2$$

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots = x / \cdot 2$$

$$2 + 4 + 8 + 16 + \dots = 2x$$

$$x - 1 = 2x$$

$$x = -1$$

# PARADOKSY LOGICZNE

*Kreteńczycy zawsze kłamią.*

Epimenides z Krety

*Ja teraz kłamię.*

Eubulides

# PARADOKS KŁAMCY

Niniejsze zdanie jest fałszywe.

Niniejsze zdanie jest prawdziwe.



Z1: Zdanie Z2 jest fałszywe.

Z2: Zdanie Z1 jest prawdziwe.

Z1: Zdanie Z2 jest fałszywe.

Z2: Zdanie Z1 jest fałszywe.

Niniejsze zdanie jest fałszywe lub liczba ziaren piasku na Ziemi jest parzysta.

To zdanie ma pięć wyrazów.

To zdanie nie ma pięciu wyrazów.

To zdanie **niema** pięciu wyrazów.

sześćciosylabowy

polski

osiemnastoliterowy

**HOMOLOGICZNE**

niemiecki

długi

czzerwony

**HETEROLOGICZNE**

**HETEROLOGICZNY**

# PARADOKS CIOTKI

Ciotka lubi tych, co siebie nie lubią  
i nie lubi tych, co siebie lubią.

# PARADOKS CYRULIKA SEWILSKIEGO

W Sewilli cyrulik goli tych,  
którzy nie golą się sami.

$$x = \{x : x \notin x\}$$

# PARADOKS WIĘZNI

Rozprawa w sądzie zakończyła się w sobotę po południu następującym wyrokiem:

Skazany na powieszenie. Wyrok ma być wykonany w jednym z siedmiu dni najbliższego tygodnia. O dniu, w którym ma być wykonany wyrok, dowiedzie się rano w dniu egzekucji. Wcześniej o tym wiedzieć nie możecie.

**Wyrok nie może być wykonany.  
Dlaczego?**



# PARADOKS BERRY'EGO

Najmniejsza liczba naturalna,  
której nie można jednoznacznie  
określić wyrażeniem o mniej niż  
czterdziestu sylabach.

# PARADOKS LICZBY NIEINTERESUJĄCEJ

Wszystkie liczby naturalne są interesujące.

Założmy przeciwnie.

Istnieją liczby naturalne nieinteresujące.

Istnieje najmniejsza liczba naturalna nieinteresująca.

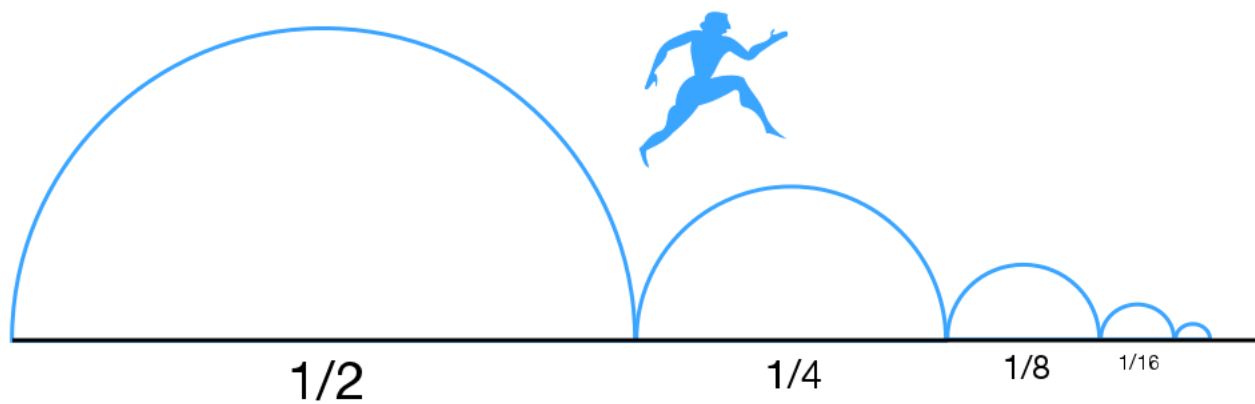
# PARADOKS GRANDIEGO

Ile wynosi suma  $1-1+1-1+1-1+1-1+ \dots$  ?

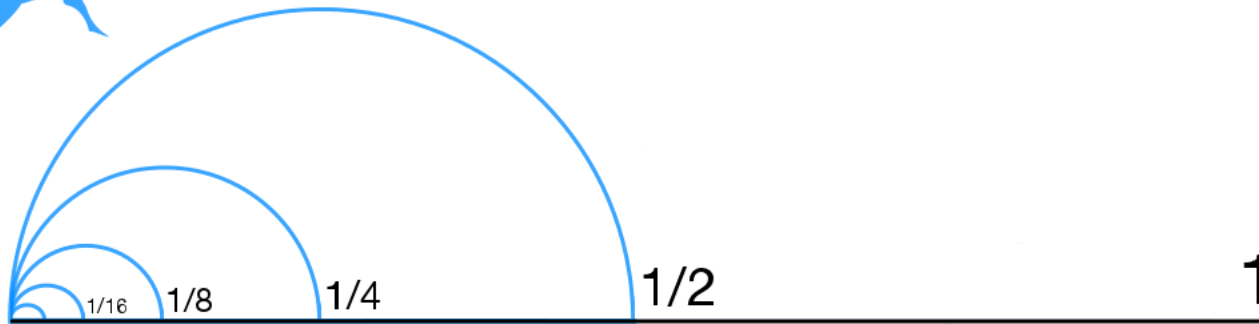
$$(1-1) + (1-1) + (1-1) + \dots = 0+0+0+\dots = 0$$

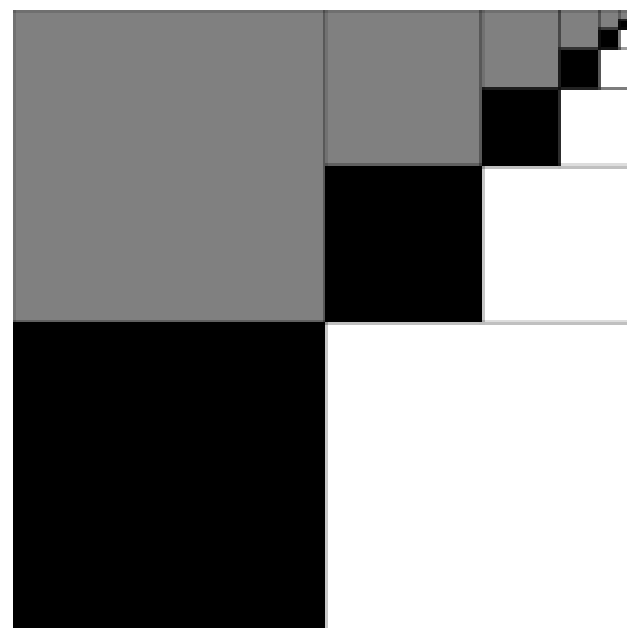
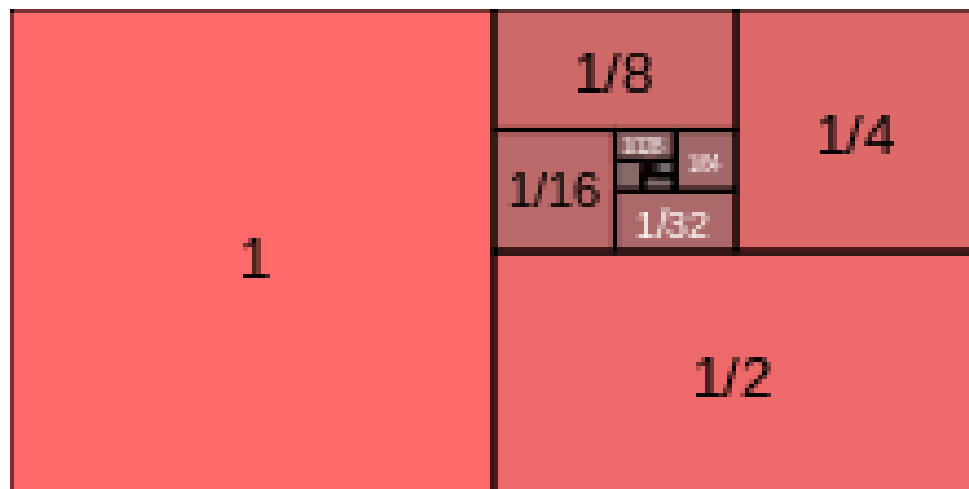
$$1 + (-1+1)+(-1+1)+(-1+1)+ \dots = 1+0+0+\dots = 1$$

# PARADOKSY ZENONA Z ELEI

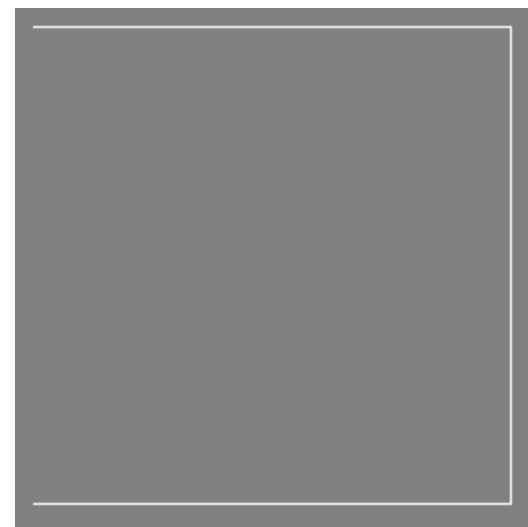
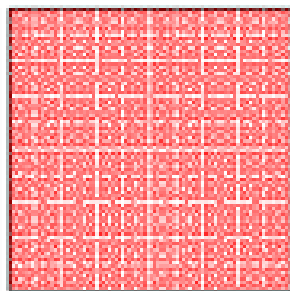
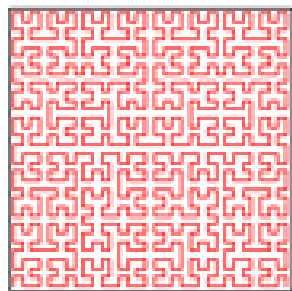
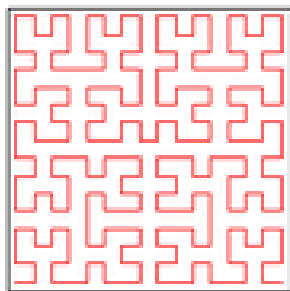
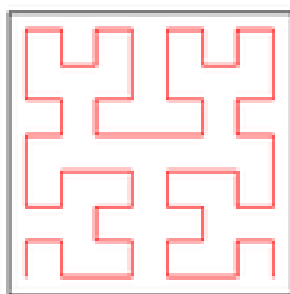
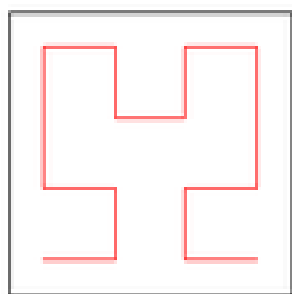
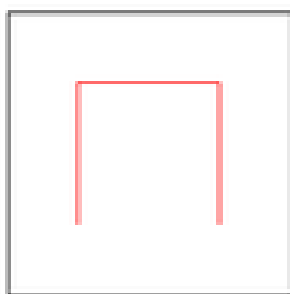


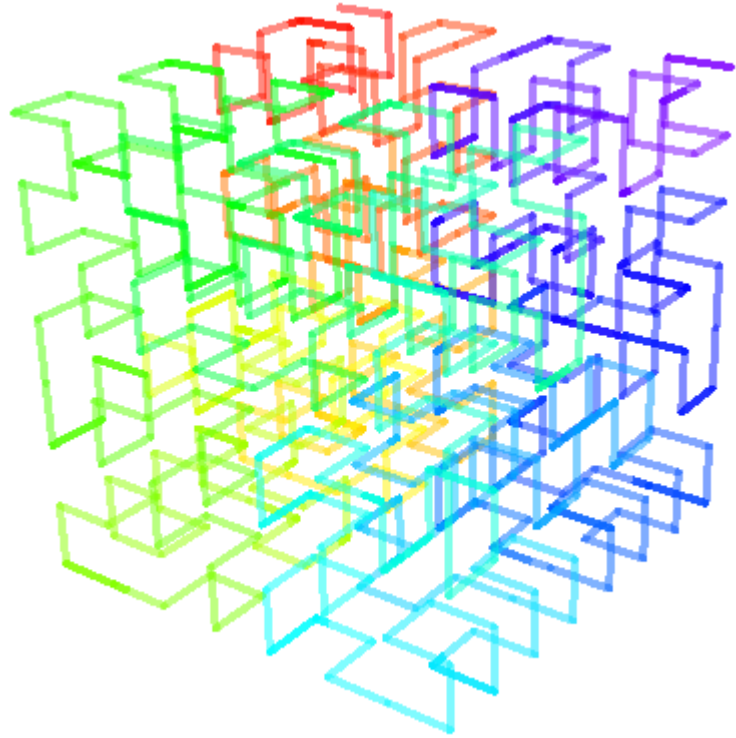
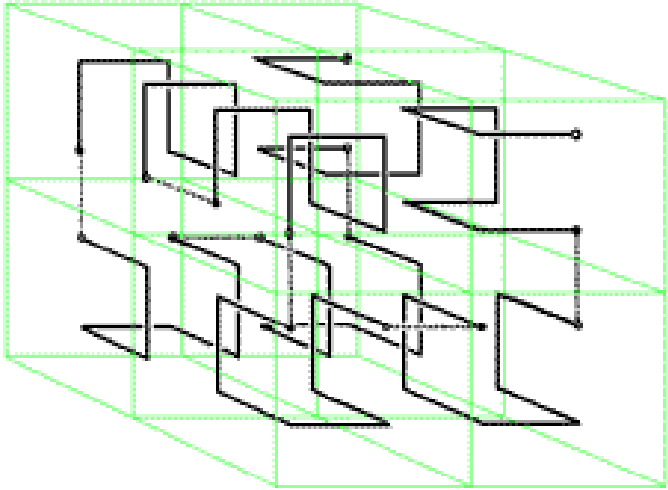
# PARADOKSY ZENONA Z ELEI





# Paradoks linii







Których liczb jest więcej:  
naturalnych czy parzystych?

Ile razy więcej?



Który odcinek ma więcej punktów?  
Ile razy więcej?

# PARADOKS RICHARDA

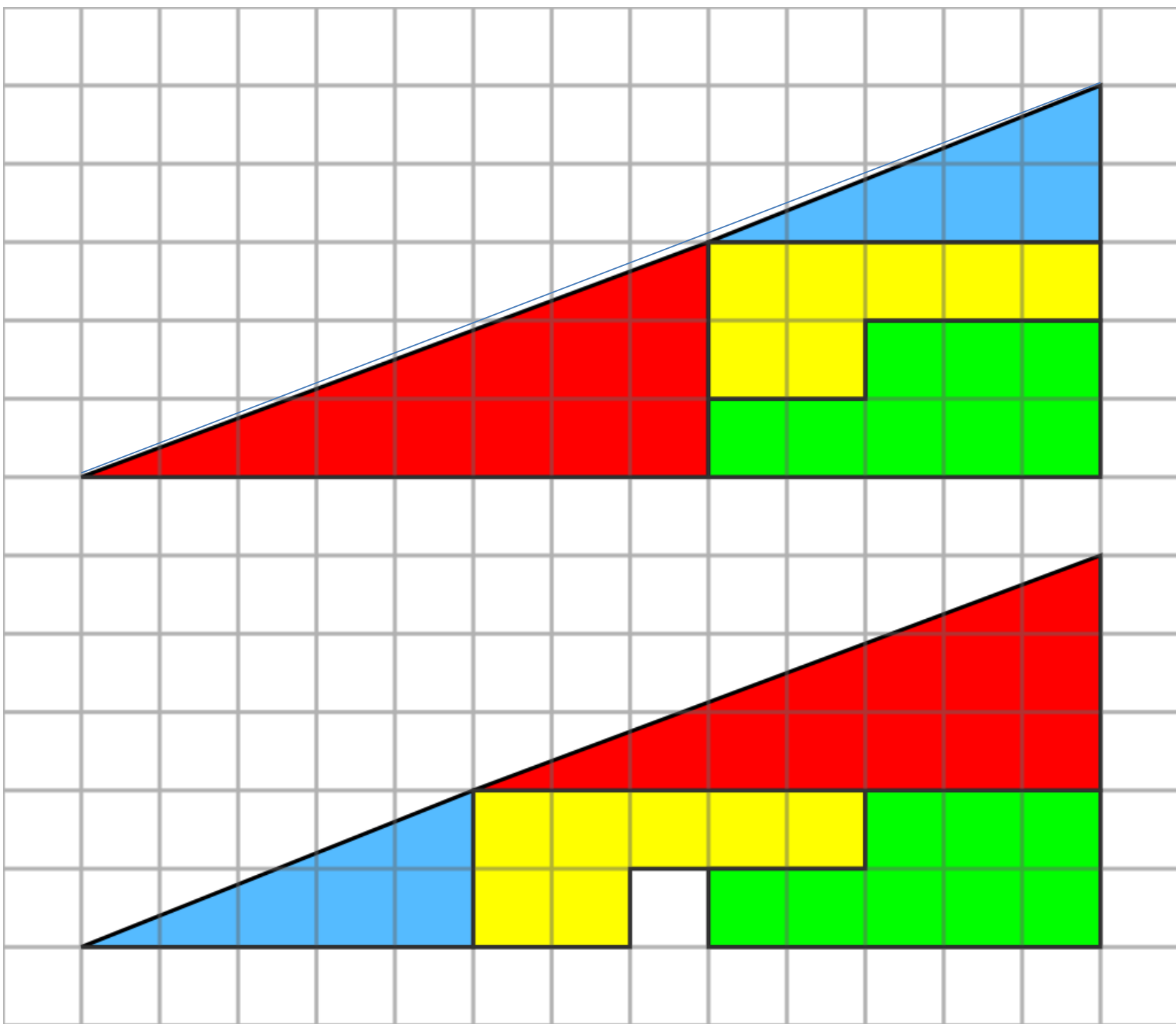
D - zbiór liczb rzeczywistych z  $[0, 1]$ , które mogą zostać jednoznacznie zdefiniowane w języku polskim, za pomocą sekwencji słów dowolnej skończonej długości.

- Jest przeliczalny.
- Ustawiamy elementy w ciąg (np. alfabetycznie wg. definicji)
- Definiujemy liczbę  $r$ :

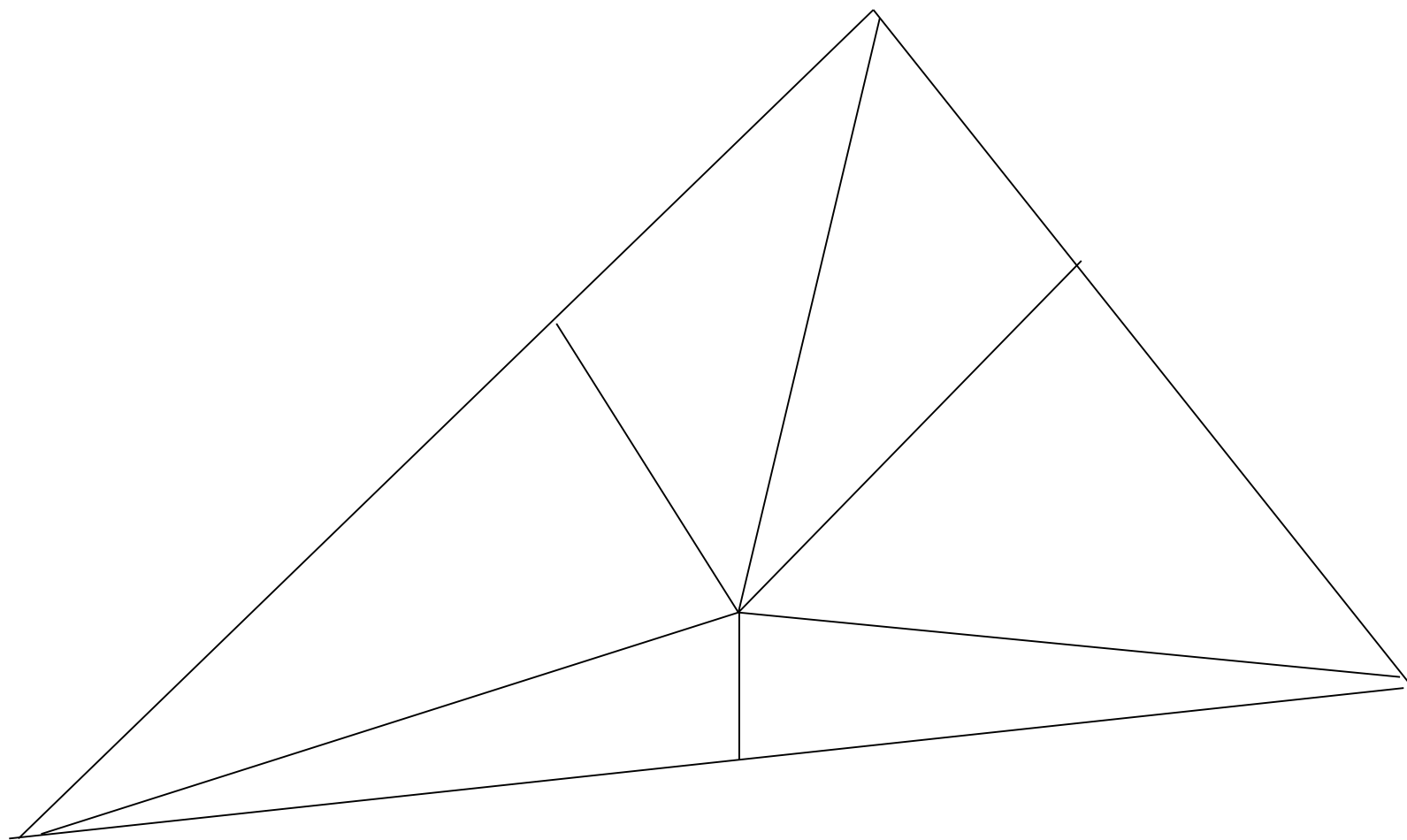
Liczba rzeczywista z przedziału  $[0, 1]$ , której  $n$ -ta cyfra rozwinięcia dziesiętnego jest następnikiem  $n$ -tej cyfry rozwinięcia dziesiętnego  $n$ -tej liczby w ciągu.

# PARADOKSALNY HOTEL HILBERTA

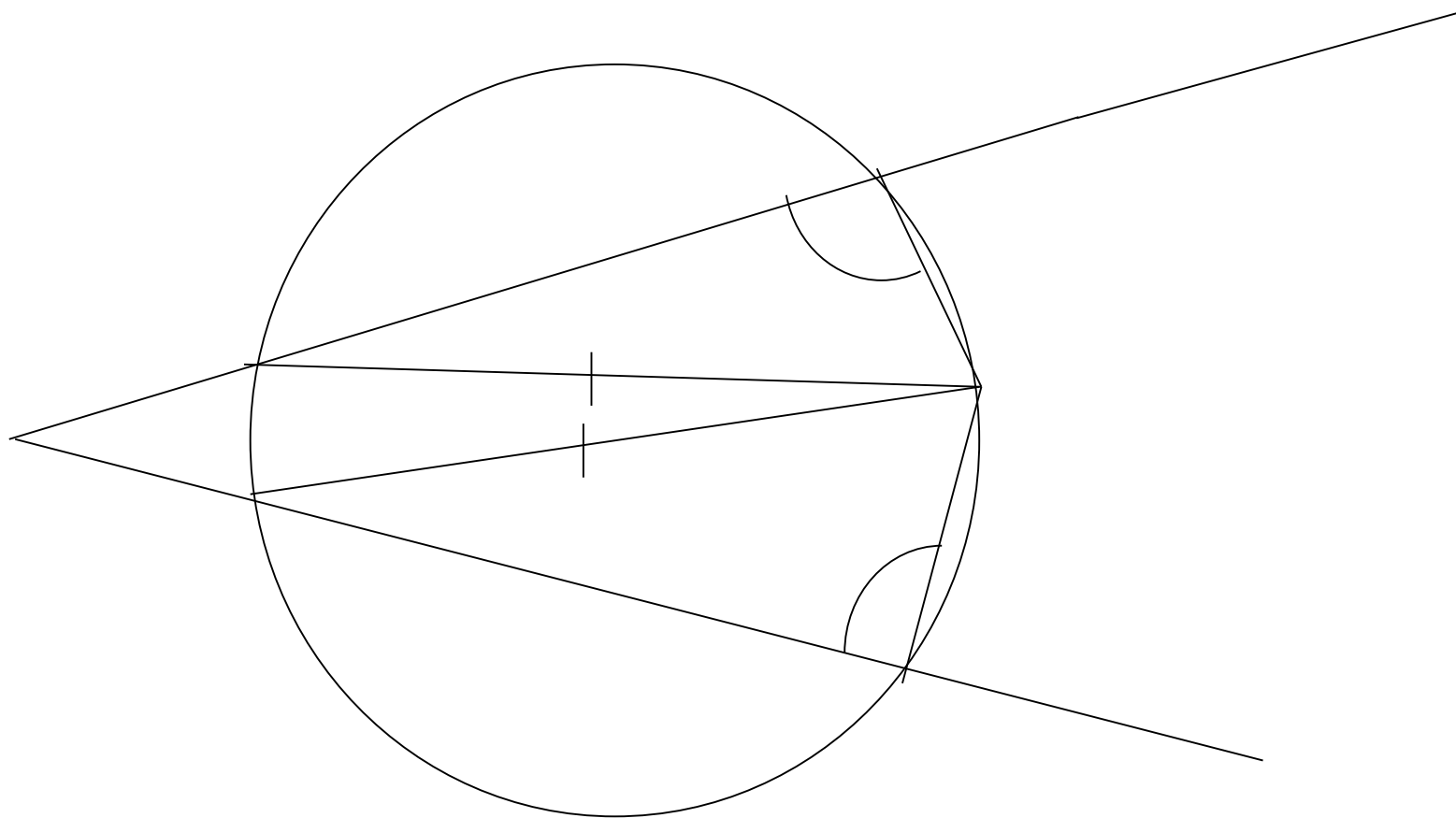
# PARADOKSY GEOMETRYCZNE



Wszystkie trójkąty są równoramienne.

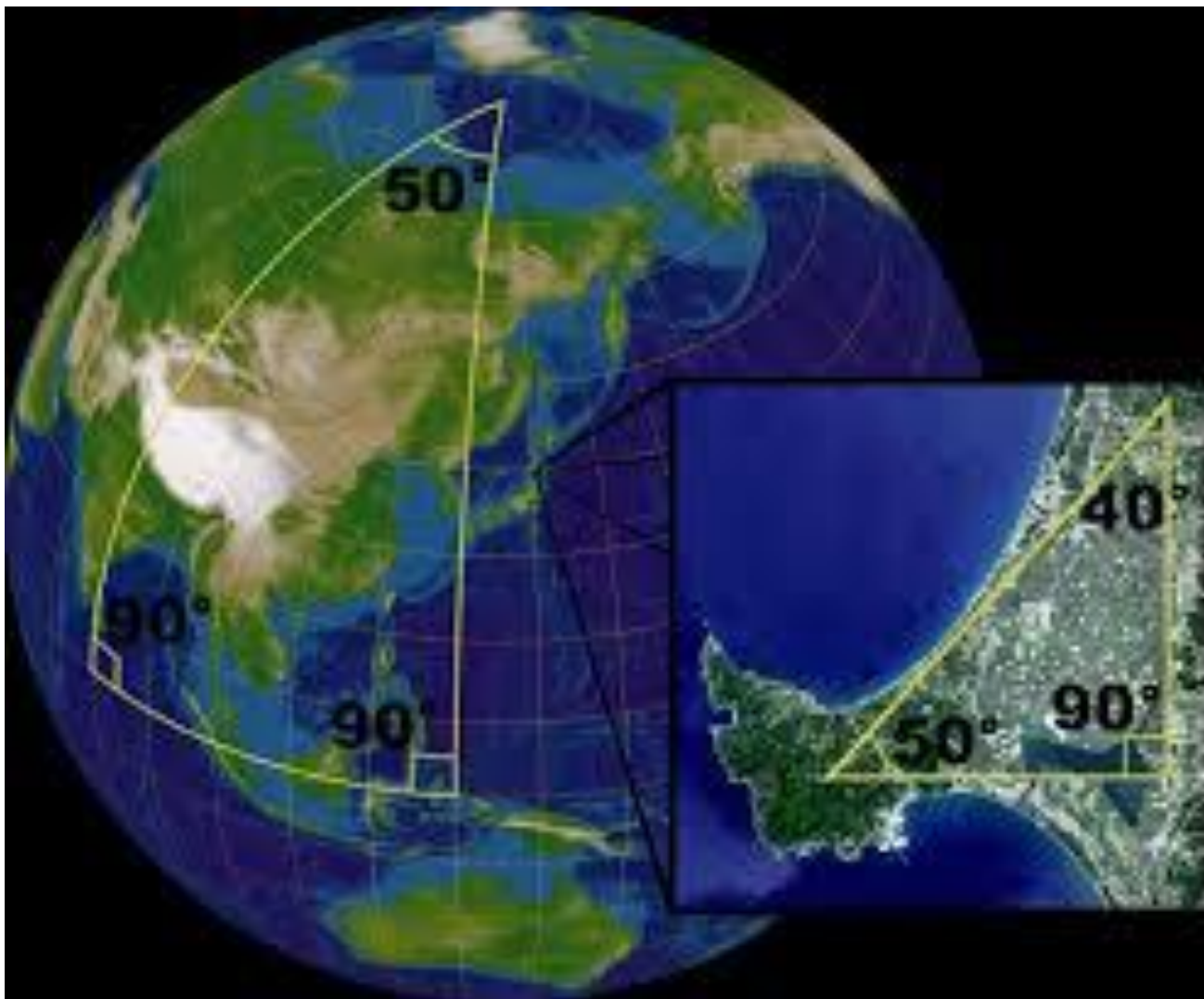


Każdy okrąg ma dwa środki.

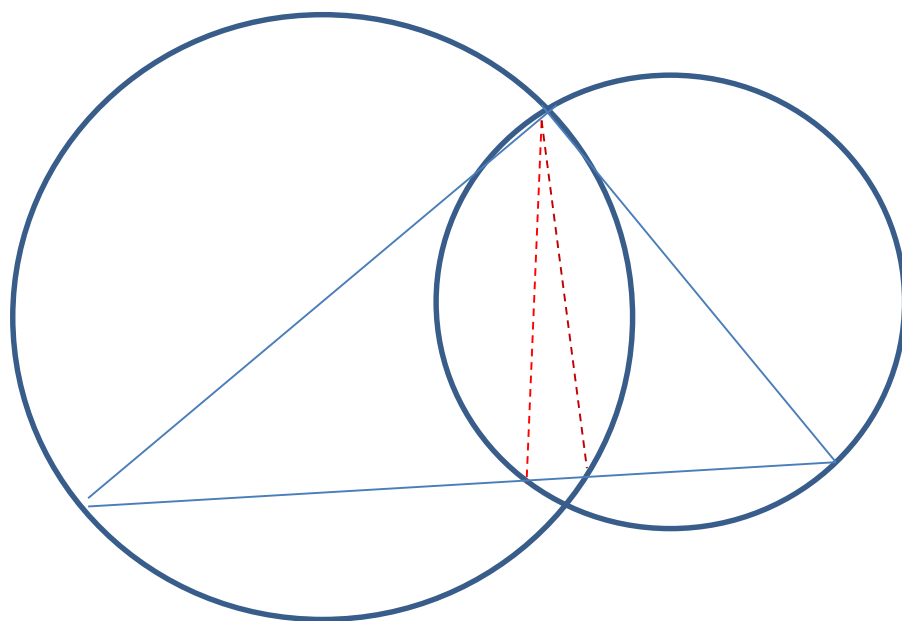




Istnieje trójkąt o dwóch kątach prostych.



Istnieje trójkąt o dwóch kątach prostych.



Stwierdzenie zaskakujące, sprzeczne  
z ugruntowanymi przekonaniemii,  
ale prawdziwe.

Rozumowanie, w którym  
świadomie został ukryty błąd  
nadający pozory prawdy  
fałszywym twierdzeniom.

Stwierdzenie nierozstrzygalne  
na gruncie logiki.