DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IIIX – ROK SZKOLNY 2013/14
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA
MECZ I

1) Przez wierzchołek kąta ostrego rombu i dwa wierzchołki kątów rozwartych przechodzi okrąg. Dzieli on dłuższą przekątną na odcinki długości 10 cm i 6cm.Oblicz pole rombu.

2) Uzasadnij, że liczba 2^n-3 dzieli się przez 5 dla nieskończenie wielu n.

3) Janek wypisał na kartce pięć liczb. Suma pierwszej, drugiej i trzeciej wynosi 8, suma drugiej, trzeciej i czwartej 9, suma trzeciej, czwartej i piątej 10, suma czwartej, piątej i pierwszej 25, a suma piątej, pierwszej i drugiej 5. Ile wynosi suma liczb wypisanych przez Janka?

4) Z punktu P leżącego wewnątrz trójkąta równobocznego poprowadzono odcinki prostopadłe do boków trójkąta. Wykaż, że suma długości tych odcinków jest równa wysokości tego trójkąta.

5) Czy liczba $\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}+\dfrac{2}{3+\sqrt{5}}$ jest wymierna?

6) Wyznacz wzór funkcji liniowej f, wiedząc że dla każdej liczby rzeczywistej x zachodzi równość $f(x+2)+f(x-2) = 6x-8$.

7) Pewna liczba pomnożona przez sumę swoich cyfr daje wynik 90. Jaka jest cyfra jedności tej liczby?

8) Pokazać, że dla $x, y > 2$ zachodzi nierówność $xy+4 > 2(x+y)$.

9) Pola trzech ścian prostopadłościanu wynoszą: 84, 70 i 30. Ile wynosi objętość tego prostopadłościanu?

10) Na uroczystym noworocznym obiedzie u króla Midasa było 666 gości, którzy zasiedli za okrągłym stołem. Nazwijmy osoby siedzące obok - sąsiadami, siedzące w odstępie jednej osoby - sąsiadami drugiego rzędu itd. Król Midas zauważył, że niektórzy jego goście byli łysi oraz że każdy łysy gość miał dokładnie jednego sąsiada II rzędu i dokładnie jednego sąsiada IV rzędu, którzy też byli łysi. Ilu łysych było na obiedzie?

EDYCJA IIIX – ROK SZKOLNY 2013/14
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA - MECZ I
SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Niech *A* i *C* to wierzchołki kątów ostrych, a *B* i *D* –rozwartych. Niech okrąg przechodzi przez wierzchołki *A*, *B*, *D*. Wtedy trójkąt *ABD* jest wpisany w ten okrąg. Z symetrii figury środek okręgu *O* leży na dłuższej przekątnej *AC*. Średnica okręgu ma 10 cm, więc promień *r*=5 cm. Przekątne rombu są prostopadłe. Niech punkt ich przecięcia to *E* $OE = AE-r = 3$ cm. Trójkąt *OED* jest prostokątny, wiec z twierdzenia PitagorasaED=4 i BD=8. Pole rombu to $\frac{1}{2}\cdot AC\cdot DB = 64\ \text{cm}^2$.

2. Wystarczy stwierdzić, że ostatnie cyfry potęg dwójki powtarzają się okresowo (bo ostatnia cyfra iloczynu zależy tylko od ostatnich cyfr czynników, co wynika np. z algorytmu mnożenia pisemnego – za brak uzasadnienia odejmujemy 2 pkt). W szczególności nieskończenie wiele potęg dwójki kończy się na 8, a liczb 2^n-3 na 5. Te właśnie liczby są podzielne przez 5 na podstawie cechy podzielności.

3. Po dodaniu liczb z zadania otrzymujemy trzykrotność sumy wypisanych liczb, czyli 57. Stąd szukana suma to 19.

4. Oczywiście punkt P powinien być dowolny. Za obranie szczególnego punktu przyznajemy maksymalnie 2 pkt. za całe rozwiązanie. Łączymy *P* z wierzchołkami trójkąta, otrzymując podział trójkąta równobocznego na trzy trójkąty. Oznaczmy prostopadłe odcinki poprowadzone do boków dużego trójkąta jako *x*, *y*, *z*. Są one wysokościami małych trójkątów. Obliczamy pole trójkąta równobocznego na dwa sposoby jako ½ $\cdot a\cdot h$ oraz jako sumę pół mniejszych trójkątów ½ ax+ ½ay + ½az. Z przyrównania tych pól otrzymujemy $h=x+y+z$.

5. Sprowadzamy ułamki do wspólnego mianownika, np. będącego iloczynem mianowników $(3-\sqrt{5})\cdot(3+\sqrt{5}) = 4$. Wówczas licznik pierwszego jest równy $6+2\sqrt{5}$, a drugiego $6-2\sqrt{5}$. Suma tych liczb to 12, zatem wynikiem dodawania jest $\frac{12}{4} = 3$.

6. Niech wzór szukanej funkcji to $f(x)=ax+b$. Wtedy $f(x+2)=ax+2a+b$ oraz $f(x-2)=ax-2a+b$. Zatem $f(x+2)+f(x-2)=2ax+2b$. Przyrównując to wyrażenie do $6x-8$, otrzymujemy $a=3$, $b=-4$ i $f(x)=3x-4$.

7. Szukana liczba jest dwucyfrowa (za założenie tego bez uzasadnienia odejmujemy 3 pkt). Gdyby była jednocyfrowa równa *a*, to 90 byłoby kwadratem. Gdyby była 3-cyfrowa lub większa, to pomnożona przez sumę cyfr byłaby nadal co najmniej 3-cyfrowa. Rozłóżmy 90 na czynniki pierwsze $2\cdot3\cdot3\cdot5$. Stąd widać, że istnieje pięć rozkładów, w których występuje liczba dwucyfrowa: $45\cdot2$, $30\cdot3$, $18\cdot5$, $15\cdot6$, $10\cdot9$. W dwóch przypadkach suma cyfr pierwszego czynnika daje drugi: 3+0=3 i 1+5=6, zatem warunki zadania spełniają liczby 30 i 15, ich cyfry jedności to 0 i 5. Za podanie jednego rozwiązania przyznajemy 4 pkt.

8. Mnożąc stronami nierówność x-2>0 przez y-2 (co można zrobić bez zmiany znaku, bo y-2>0), otrzymujemy $xy-2x-2y+4 > 0$, co po przekształceniu daje $xy+4 > 2(x+y)$. Za rozumowanie wychodzące od danej nierówności i dochodzące do nierówności prawdziwej bez wskazania, że wszystkie przejścia były równoważne, a zatem kierunek rozumowania można odwrócić, przyznajemy 5 pkt (bo wychodząc od fałszu również można dojść do prawdy, wiec to niczego nie dowodzi).

9. Oznaczmy krawędzie prostopadłościanu jako *a*, *b*, *c*. Niech ab=84, ac=70, bc=30. Objętość prostopadłościanu jest równa $V = abc = 84c$. Ale $\frac{30}{c} = b$, $\frac{70}{c} = a$, więc $\frac{2100}{c^2} = ab = 84$ i $c = \sqrt{\frac{2100}{84}} = \sqrt{25} = 5$. Zatem $V = 420$.

10. Niech *Ł* oznacza osobę łysą, a *O* owłosioną. Warunki zadania dotyczą krzeseł tej samej parzystości, możemy zatem osobno rozpatrywać np. krzesła nieparzyste. Jeśli siedzi tam osoba łysa to ma dokładnie jednego łysego sąsiada I i II rzędu. Stąd otrzymujemy jeden możliwy układ na krzesłach nieparzystych OŁŁOŁŁ… Analogicznie może być na krzesłach parzystych, chyba że na nich nie ma żadnego łysego, czyli jest układ OOOOOO… Scalając teraz dwa układy krzeseł parzystych i nieparzystych otrzymujemy całościowy układ OŁŁOŁŁ… (ze scalenia OŁŁOŁŁ z OŁŁOŁŁ…) lub układ ŁOŁOOOŁOŁOOO (ze scalenia OŁŁOŁŁ… z OOOOO…). W pierwszym przypadku łysi stanowią 2/3 gości, a w drugim 1/3, co daje 444 lub 222 łysych. Za podanie tylko jednego rozwiązania bez uzasadnienia, że są możliwe inne, przyznajemy 5 pkt.

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IIIX – ROK SZKOLNY 2013/14

GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA

MECZ II

1) W ostatni weekend października w Polsce zmienia się czas letni na zimowy. W ubiegłym roku w sobotę 26 X słońce zaszło we Wrocławiu o 16.39, a 27 X wzeszło o 5.33. Ile minut trwała ta noc?

2) Z poniższych zdań wybierz jak najliczniejszy zestaw zdań niesprzecznych
   a) Jestem mądry.
   b) Mam pecha.
   c) Mam szczęście, ale jestem głupi.
   d) Jeśli jestem mądry, to mam pecha.
   e) Jestem mądry wtedy i tylko wtedy, gdy mam szczęście.
   f) Albo jestem mądry, albo mam szczęście, ale nie jedno i drugie.

3) Z początku układu współrzędnych, czyli z punktu (0, 0) patrzymy na wszystkie punkty (m, n) o obu współrzędnych będących liczbami naturalnymi. Ale nie wszystkie te punkty są widoczne, ponieważ niektóre ukrywają się za innymi punktami leżącymi w tym samym kierunku, ale bliżej punktu (0, 0). Na przykład punkt (2, 2) jest niewidoczny, bo kryje się za punktem (1,1). Czy z początku układu współrzędnych jest widoczny punkt (84, 45)?

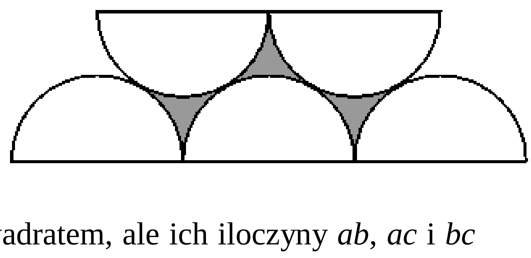
4) Niech $8^m=27$. Ile wynosi 4^m?

5) Jakiej postaci są wszystkie możliwe liczby, które mają dokładnie 8 dzielników?

6) Podstawę trójkąta wydłużono o 25% jej długości i jednocześnie skrócono opuszczoną na tę podstawę wysokość, tak że pole trójkąta się nie zmieniło. O ile procent skrócono wysokość??

7) Alicja sumuje liczby nieparzyste do 199 i zapisuje sumy częściowe, tzn. wyniki działań 1, 1+3, 1+3+5, 1+3+5+7, …, 1+3+5+…+197+199. Ile liczb na liście Alicji kończy się czwórką?

8) Półokręgi na rysunku mają promienie równe 2 i są styczne zewnętrznie. Jaki obwód ma zacieniowana figura?



9) Liczby naturalne a, b, c są różne. Żadna z nich nie jest kwadratem, ale ich iloczyny ab, ac i bc są kwadratami. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość sumy $a+b+c$?

10) Ile jest liczb czterocyfrowych, w których powtarza się co najmniej jedna cyfra?

EDYCJA IIIX – ROK SZKOLNY 2013/14
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA – MECZ II
SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. W zwykłą noc między 16.39 a 4.39 mija 12 godzin, więc do 5.39 byłoby równo 13 godzin, czyli do 5.33 byłoby 13 godzin bez 6 minut. Ale noc z ostatniej soboty października na niedzielę jest o godzinę dłuższa (bo o godzinie 3.00 czas cofamy na 2.00), czyli noc trwała 13 h 54 min = 834 min. Za skrócenie zamiast wydłużenia nocy o godzinę odejmujemy 5 pkt.

2. W zestawie są aż cztery zdania stanowiące układ niesprzeczny: ABDF

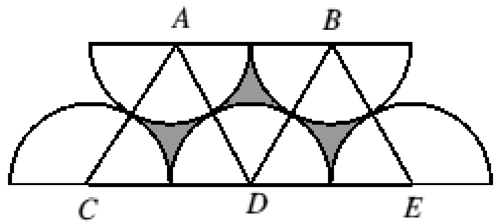
3. Widoczne są tylko te punkty, których współrzędne są względnie pierwsze. Jeśli mają wspólny dzielnik różny od 1, np. równy d, to punkt (md, nd) jest ukryty za punktem (m, n), bo leżą na linii prostej przechodzącej przez (0, 0). Zatem punkt (84, 45) jest niewidoczny, bo 3=WD(84, 45).

4. Wiadomo, że $8^m = (2^3)^m = 2^{3m} = (2^m)^3 = 27 = 3^3$. Stąd (z jednoznaczności pierwiastka trzeciego stopnia) $2^m=3$. Zatem $4^m = (2^m)^2 = 9$. Za bardziej skomplikowane rozwiązanie, np. używające logarytmów, odejmujemy 2 pkt.

5. Liczby o dokładnie 8 dzielnikach mogą mieć jedną z postaci: p^7, pg^3 lub pqr, gdzie p, q i r to różne liczby pierwsze. Za pominięcie każdej odejmujemy 4 pkt.

6. Niech p i h to wyjściowe długości podstawy i wysokości trójkąta. Aby nie zmieniło się pole, niezmieniony musi pozostać iloczyn ph. Po wydłużeniu podstawy o ¼p ma ona długość $^5/_4p$, zatem nowa wysokość powinna mieć długość $^4/_5h$, a zatem musi zostać skrócona o $^1/_5$ swojej długości, czyli o 20%.

7. Wszystkich liczb Alicji jest tyle, co liczb nieparzystych od 1 do 199 czyli 100 (połowa liczb naturalnych od 1 do 200). Na ostatnią cyfrę sumy mają wpływ tylko ostatnie cyfry składników (wynika to z algorytmu dodawania pisemnego). Zatem zamiast dodawać kolejne liczby nieparzyste, możemy dodawać jako ostatni składnik do poprzedniej sumy liczby 1, 3, 5, 7, 9, 1 (zamiast 11), 3 (zamiast 13), 5, 7, 9 itd. (powtarza się to w cyklu co 5). Natomiast ostatnie cyfry otrzymywanych sum to 1, **4**, 9, 6, 5, 6, 9, **4**, 1, 0. To jest 10 kolejnych miejsc i dalej powtarza się w cyklu co 10. Zatem co 10 wyrazów dodajemy do tych samych ostatnich cyfr poprzedniej sumy te same ostatnie cyfry ostatnich składników. Wszystko powtarza się więc cyklicznie co 10 miejsc. Takich cykli w 100 wynikach jest 10, a w każdym cyklu cyfra 4 występuje na końcu 2 razy. Zatem łącznie wystąpi 10·2=20 razy.



8. Niech A, B, C, D i E są środkami półokręgów. Odcinek AC łączy środki stycznych okręgów, dlatego (z symetrii) przechodzi też przez punkt styczności (pozostałe odcinki analogicznie – za brak uzasadnienia tego faktu odejmujemy 2 pkt). Trójkąty ACD i BDE mają więc wszystkie boki długości 4, więc są równoboczne. Zacieniowana figura składa się z 9 jednakowych łuków okręgów, wyciętych przez kąty środkowe o mierze 60°, czyli będących szóstą częścią okręgu. Ich łączna długość to $^9/_6 \cdot 2\pi r = {}^{36}/_6\pi = 6\pi$.

9. Niech $a=a_1a_2$, gdzie a_2 jest największym możliwym kwadratem dzielącym a. Analogicznie $b=b_1b_2$ i $c=c_1c_2$, gdzie b_2 i c_2 są największymi możliwymi kwadratami dzielącymi odpowiednio b i c. Zauważmy, że w rozkładach na czynniki pierwsze liczb a_1, b_1 i c_1, każdy czynnik występuje w pierwszej potędze (gdyby było inaczej, zostałby włączony w drugiej potędze do liczb odpowiednio a_2, b_2 i c_2). Ponieważ ab jest kwadratem (czyli każdy czynnik pierwszy występuje w jego rozkładzie w parzystej potędze), a_1b_1 też musi być kwadratem, czyli czynniki pierwsze a_1 muszą się powtarzać w b_1. Zatem $a_1 = b_1$. Analogicznie otrzymujemy $b_1 = c_1$. Najmniejsza możliwa wartość $a_1 = b_1 = c_1$, która nie jest kwadratem, to 2, a najmniejsze możliwe wartości a_2, b_2, i c_2, które są kwadratami, to 1, 4, i 9 (w jakiejś ustalonej kolejności, nie wiemy jakiej). Nie możemy określić najmniejszych wartości poszczególnych liczb a, b i c, ale $a+b+c$ osiąga najmniejszą wartość 2+8+18=28. Za podanie możliwych wartości liczb a, b, c bez uzasadnienia przyznajemy 5 pkt.

10. Liczb czterocyfrowych jest 9000 (9999–999). Od tego wystarczy odjęć te o wszystkich cyfrach różnych, a jest ich 9·9·8·7 (na pierwszym miejscu nie może stać zero). Mamy więc 9000–9·9·8·7 = 9(1000–9·8·7) = 9·8(125–9·7) = 72·62 = 4464. Za prowadzenie obliczeń wprost przy poprawnym wyniku odejmujemy 2 pkt.

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IIIX – ROK SZKOLNY 2013/14

GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA

MECZ III

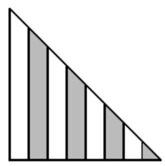
1) W samochodzie, którym czworo sportowców wracało po zakończonych zawodach, odbyła się taka rozmowa:
- Prowadzisz za karę. - powiedział Marek siedzący obok kierowcy.
- Przecież tylko ty nie masz medalu. - zaśmiał się głos z tyłu.
- Łatwo wam mówić. W twoim finale startowało 8 zawodniczek, a w moim aż 50 osób.
- Mimo że tylko ja zdobyłem złoto, wiem, że jest mniej cenne niż brąz w pływaniu - usłyszał za plecami Tomek.
- Mam nadzieję, że Baśka nie ma mi za złe, że zdobyłem cenniejszy medal, i nie zacznie wyśmiewać się z tenisa stołowego. - mruknął pod nosem Marek.
- Nie ma co porównywać. Przełaje i szermierka to także konkurencje z różnej bajki - wtórował Karol.

Ustal, kto co trenował, jaki zdobył medal i gdzie siedział w samochodzie.

2) Jeśli mikołajki były w danym roku środą, to w jaki dzień tygodnia mogą wypaść 5 lat później?

3) Przewoźnik utrzymuje komunikację pomiędzy wyspą Kastello a stałym lądem. Promy z wyspy na ląd odchodzą od 8 do 20 co 2 godziny. O tych samych porach odpływają promy z lądu na wyspę. Podróż w każdą stronę trwa 5 godzin, a załadunek pasażerów – 15 minut. Jaką najmniejszą liczbę promów przewoźnik musi przeznaczyć do obsługi tej linii?

4) Prostokątny trójkąt równoramienny pokolorowano w 8 pasów o jednakowej szerokości równolegle do jednej z przyprostokątnych, jak na rysunku. Jaka część pola trójkątna jest zacieniowana?



5) Rebeka poszła na basen. Po krótkiej chwili zauważyła, że przepłynęła $^1/_5$ zaplanowanego na ten dzień dystansu. Po przepłynięciu jeszcze 6 długości basenu stwierdziła, że przepłynęła już ¼ zaplanowanego dystansu. Ile długości basenu zamierzała tego dnia przepłynąć?

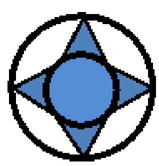
6) Z każdego z wierzchołków pięciokąta foremnego jako ze środka zatoczono koło o promieniu będącym połową długości boku wielokąta, która wynosi 4 cm. Jakie pole ma ta część figury będącej sumą wszystkich kół, która leży na zewnątrz pięciokąta?

7) Prasa donosi, że powierzchnia lodowców w Alpach francuskich zmniejszyła się o ¼. O jaki procent zmniejszy się długość boku kwadratu, gdy jego pole zmniejszy się o ¼ wielkości?

8) W turnieju rycerskim każdy uczestnik dostaje od króla 17 złotych guldenów za każdy pojedynek, w którym weźmie udział, a za zwycięstwo w pojedynku dostaje jeszcze 3 złote guldeny. Po zakończeniu turnieju Zawisza Czarny miał o 1 guldena więcej niż Zawisza Czerwony. Jaka jest najmniejsza liczba pojedynków, w których mógł brać udział Zawisza Czarny?

9) Wycinek koła ma taki sam obwód, jak koło, z którego go wycięto. Jaki procent koła stanowił ten wycinek?

10) Rysunek przedstawia współśrodkowe okręgi o promieniach 1 i 2 oraz zacieniowany ośmiokąt równoboczny. Jaki jest jego obwód?



EDYCJA IIIX – ROK SZKOLNY 2013/14
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA – MECZ III
SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Aby poprawnie przyporządkować sporty, trzeba skorzystać z obserwacji, że w finale tenisa ani szermierki nie może być więcej niż dwóch zawodników (bez tego są dwa rozwiązania i przyznajemy w tym wypadku 3 pkt). Jedyna możliwość to: Tomek - przełaje, brak medalu, kierowca, Marek - tenis stołowy, srebro, obok kierowcy, Karol - szermierka, złoto, z tyłu za kierowcą, Basia - pływanie, brąz, z tyłu za pasażerem.

2. Rok to 52 pełne tygodnie i jeden lub dwa dni (1 w latach zwykłych i 2 – w przestępnych). W ciągu pięciu lat może zdarzyć się zero lat przestępnych (np. w latach 2098-2099-2100-2101-2102), jeden rok przestępny (np. w latach 2014-2015-2016-2017-2018) lub dwa lata przestępne (np. w latach 2012-2013-2014-2015-2016). Zatem pięć lat to 260 tygodni i 5, 6 lub 7 dni. Zatem mikołajki mogą się przesunąć o 5 lub 6 dni tygodnia albo pozostać w tym samym dniu. Czyli są możliwe trzy dni tygodnia: poniedziałek, wtorek lub środa. Za pominięcie każdej odejmujemy 4 pkt.

3. Potrzebnych jest 6 promów (3 promy zaczynają z wyspy, a 3 z lądu). Ich rozkład jazdy jest następujący: 8w-14l-20w, 10w-16l, 12w-20l, 8l-14w-20l, 10l-16w, 12l-18w.

4. Niech każdy pasek ma szerokość 1. Wtedy ramię trójkąta ma długość 8, a pole trójkąta wynosi 32. Zauważmy, że pierwszy zacieniowany pasek z prawej ma pole o 1 mniejsze niż następny niezacieniowany pasek. Podobnie drugi zacieniowany ma pole o 1 mniejsze niż następny niezacieniowany itd. Takich par z różnicą pól 1 jest 4. Oznacza to, że pole zacieniowane jest o 4 mniejsze niż pole niezacieniowane, czyli wynosi (32-4):2=14. Zacieniowane jest zatem 14/32=7/16 pola trójkąta.

5. Niech n oznacza liczbę długości basenu, jaką chciała przepłynąć Rebeka. Mamy równanie $6 = {}^{n}/_{4} - {}^{n}/_{5} = {}^{n}/_{20}$. Stąd n=120. Za bardziej skomplikowane rozumowanie odejmujemy 2 pkt.

6. Kąt wewnętrzny pięciokąta foremnego ma miarę 108° (na prośbę jury uczeń powinien to wykazać, a jeśli nie potrafi, odejmujemy 3 pkt). Zatem jego dopełnienie do 360° ma 252° i jest to kąt środkowy, który wyznacza wycinek każdego z kół. Pole figury wynosi zatem $5\cdot{}^{252}/_{360}\cdot\pi r^2 = 14\pi$.

7. Po zmniejszeniu zostają ¾ pola kwadratu. Wszystkie kwadraty są podobne, a ich stosunek pól jest równy kwadratowi skali podobieństwa, która wynosi wobec tego $\sqrt{(3/4)} = \sqrt{3}/2 \approx 0{,}866$. Oznacza to ubytek długości boku równy ok. 100 – 86,6 = 13,4 procenta.

8. Zauważmy, że jeśli rycerze X i Y wygrają odpowiednio x i y pojedynków ($x \geq y$) i żadnych nie przegrywają, to różnica zdobytych przez nich guldenów jest taka sama, jakby X wygrał x-y pojedynków, a Y ani jednego [różnica dochodów w obu przypadkach wynosi $20(x-y)$]. Jeśli natomiast X wygrał x, a przegrał p pojedynków, a Y wygrał y i przegrał q pojedynków ($x \geq y$, $q \geq p$), to różnica w pieniądzach jest taka sama, co gdyby X wygrał x-y pojedynków i żadnego nie przegrał, a Y przegrał q-p pojedynków i żadnego nie wygrał [różnica dochodów w obu przypadkach wynosi $20(x-y)-17(q-p)$]. Zatem najmniejszą liczbę pojedynków Zawisza Czarny rozegra, jeśli wygra wszystkie, a Zawisza Czerwony wszystkie swoje przegra. Pieniądze zebrane z samych wygranych pojedynków to wielokrotności 20, a z samych przegranych to wielokrotności 17, czyli 17, 34, 51, 68, 85, 202, 119… i to jest pierwsza liczba, która różni się o 1 z wielokrotnością 20 równą 120. Zawisza Czarny rozegrał w tej sytuacji 6 rund i jest to najmniejsza możliwa liczba spełniająca warunki zadania. Za odpowiedź bez uzasadnienia przyznajemy 4 pkt.

9. Niech koło ma promień r, a wycinek kąt środkowy α. Obwód wycinka koła to $2r+{}^{\alpha}/_{360}\cdot 2\pi r$ i to równa się $2\pi r$. Zatem część koła, jaką stanowi wycinek, to ${}^{\alpha}/_{360}\cdot= (\pi-1)/\pi$, a to jest ok. 0,68. Czyli wycinek stanowił ok. 68% koła.

10. Oznaczmy długość boku ośmiokąta przez x. Łącząc środek okręgu z wierzchołkami ośmiokąta, rozcinamy go na 8 przystających trójkątów (jak ten na rysunku) o bokach 2, 1, x. Kąt AOB ma miarę 360°:8 = 45°. Niech D jest spodkiem wysokości y. Trójkąt BDO jest prostokątny równoramienny i z twierdzenia Pitagorasa mamy $2y^2 = 1$, czyli $y=\sqrt{2}/2$. Stosując twierdzenie Pitagorasa do trójkąta ADB, mamy $x^2 = (2-y)^2+y^2$, co po wyliczeniu daje $x = 5-2\sqrt{2}$. Zatem obwód ośmiokąta wynosi $8\sqrt{(5-2\sqrt{2})}$.