



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2015/16
GIMNAZJA – RUNDA PÓLFINAŁOWA
MECZ I

- 1) Zegar chodzi dobrze, ale źle wybija godziny. Nie wybija godziny dwunastej, lecz po wybiciu jedenastej bije godzinę pierwszą. Wskutek tego z bicia zegara rzadko można dowiedzieć się, która godzina jest w rzeczywistości. Ale czasem zdarza się, że zegar wybija prawdziwą godzinę. Tak było w poniedziałek o godzinie jedenastej rano. Kiedy następnym razem zegar wybije rzeczywistą godzinę?
- 2) Dwa pola pszenicy, jedno czterokrotnie większe od drugiego, są koszone przez pewną liczbę kombajnów zbożowych. Większe pole wszystkie kombajny koszą półtora dnia, następnie połowa z nich zaczyna kosić mniejsze pole, a pozostała połowa kombajnów nadal kosi duże pole. Na koniec drugiego dnia większe pole jest skoszone, a mniejsze musi być koszone jeszcze przez 3 kombajny przez jeden dzień. Ile kombajnów brało udział w koszeniu pierwszego dnia?
- 3) Ile wynosi reszta z dzielenia $1000!$ przez 1001 ?
- 4) W regulaminie AKM (Absurdalnego Konkursu Matematycznego) podano, że zawody odbywają się co rok w ostatnią sobotę listopada. Kiedy odbędzie się najbliższa edycja tego konkursu?
- 5) Jakie są długości środkowych trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości a i b ?
- 6) Rozwiąż w parach liczb naturalnych równanie $\frac{2}{x+y} = \frac{5}{x \cdot y}$.
- 7) Ile wyników można otrzymać jako iloczyn różnych liczb A, B, C takich, że: A jest 2-cyfrową liczbą pierwszą, B jest liczbą pierwszą powstałą przez zamianę kolejności cyfr liczby A , a C jest liczbą pierwszą, która jest sumą cyfr liczby B powiększoną o 1?
- 8) Na ile sposobów można uporządkować liczby naturalne od 1 do 100 tak, aby dokładnie 97 z nich znajdowało się na miejscu odpowiadającym tej liczbie?
- 9) Jaką długość ma przekątna pięciokąta foremnego o boku długości 6?
- 10) Ile dzielników ma liczba $1^1 \cdot 2^2 \cdot \dots \cdot 10^{10}$?



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2015/16
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINALOWA
MECZ II

- 1) Środki czterech kół o promieniu r znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku r . Ile wynosi pole części wspólnej tych czterech kół?
- 2) Barnaba ma elektroniczny zegarek działający w systemie 24-godzinnym i wyświetlający dwupolowo godziny oraz minuty. Wychodząc do Bonawentury zauważył, że zegarek wyświetla palindrom (czyli liczbę, którą czyta się tak samo wprost i wstecz). Wracając po 350 minutach, zobaczył, że zegarek znowu wyświetla palindrom. O której godzinie Barnaba wyszedł z domu, i o której doń wrócił?
- 3) Janek rzuca 3 razy ośmiościenną kostką do gry i mnoży liczbę oczek otrzymanych w każdym z trzech rzutów. Ile różnych wyników nieparzystych może uzyskać?
- 4) Wykaż, że w trójkącie zachodzi nierówność: $\frac{R}{r} > \frac{a}{h}$, gdzie R jest promieniem okręgu opisanego na tym trójkącie, r – promieniem okręgu wpisanego w trójkąt, a – najdłuższym bokiem, a h – najkrótszą wysokością.
- 5) Ile wynosi $x^4 + y^4 + z^4$, jeśli $x + y + z = 0$ i $x^2 + y^2 + z^2 = m$.
- 6) Dane są dwa ciągi liczb, każdy złożony z trzech wyrazów. W pierwszym ciągu wyraz środkowy jest średnią arytmetyczną pozostałych, a w drugim średnią geometryczną (średnia geometryczna n liczb to pierwiastek stopnia n z iloczynu tych liczb). Oba ciągi mają jednakowe pierwsze i ostatnie wyrazy. Który z nich ma większą sumę?
- 7) Ile rozwiązań w parach liczb całkowitych ma równanie $xy = 4(x + y)$?
- 8) Liczba dwucyfrowa jest sumą sześcienu swojej pierwszej cyfry i kwadratu drugiej. Co to za liczba?
- 9) Czy liczba $4^{11} + 5^{24} + 10^{12}$ jest pierwsza?
- 10) Iloczyn trzech liczb pierwszych równa się pięciokrotności ich sumy. Jakie to liczby?



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2015/16
GIMNAZJA – RUNDA PÓLFINAŁOWA
MECZ III

- 1) Liczbę nazywamy palindromiczną, jeśli nie zmienia wartości czytana wprzód w wspak. Kiedy po raz pierwszy w XXI wieku zdarzyło się święto palindromu, kiedy godzina i data (zapisane w formacie gg mm dd mm rrrr) stanowiły zapis dziesiętny liczby palindromicznej? A kiedy zdarzy się najbliższe takie święto?
- 2) Krew stanowi 10% masy ciała człowieka, a osocze stanowi 50% masy krwi. Janek waży 50 kg i jest honorowym dawcą krwi. Podczas zabiegu pobrano Jankowi 500 mg osocza. O ile procent ma teraz mniej krwi w organizmie?
- 3) W pewnym przedsiębiorstwie budowlanym pracują: hydraulik, elektryk i kafelkarz, których imiona podane w losowej kolejności brzmią: Henryk, Ignacy i Jerzy. Ta sama firma zatrudnia także trzech murarzy: Henryka, Ignacego i Jerzego.
 - A) Murarz Henryk mieszka w Świdnicy.
 - B) Elektryk mieszka w połowie drogi między Świdnicą, a Strzegomiem.
 - C) Murarz, który ma na imię tak samo jak elektryk, mieszka w Strzegomiu.
 - D) Murarz Ignacy dostał 8 000 zł noworocznej premii.
 - E) Murarz, który mieszka najbliżej elektryka, dostał 3-krotnie wyższą premię noworoczną niż elektryk.
 - F) Kafelkarz i Jerzy, który nie jest murarzem, mają wspólne hobby - wędkowanie.Jak ma na imię hydraulik?
- 4) Stosunek długości krawędzi prostopadłościanu wynosi 3:7:8, a jego pole powierzchni 3232 dm². Jaka jest objętość tego prostopadłościanu?
- 5) Czy wysokości trójkąta mogą mieć długości 1, $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$?
- 6) Jaka liczba ma w systemie dwójkowym taki sam zapis, jak zapis w systemie dziesiętnym liczby większej od niej o liczbę minut w tygodniu?
- 7) Oblicz pole trapezu, znając pola dwóch trójkątów opartych na podstawach trapezu o wspólnym wierzchołku w punkcie przecięcia przekątnych trapezu.
- 8) Jaka jest reszta z dzielenia $13^{16} + 14^{16}$ przez 17?
- 9) Kostki do gry mają tę własność, że suma oczek na przeciwległych ściankach jest równa 7. Ustawiamy w rzędzie n kostek tak, aby sąsiednie stykały się ściankami, tworząc prostopadłościan. Jaka jest najmniejsza liczba pięciocyfrowa k taka, że nie da się ułożyć kostek tak, żeby suma oczek na ścianach prostopadłościanu była równa k ?
- 10) W jaki sposób, mając do dyspozycji 100 m sznura, sekator, busolę, 25-centymetrową linijkę, 3 zaciosane drewniane kołki, małą metalową obręcz i puszkę coca-coli, można uwiązać baranka tak, aby pasł się w obszarze półkola o promieniu 20 m i nie mógł wyjść poza jego obręcz.