DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XIV – ROK SZKOLNY 2014/15

SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓŁFINAŁOWA

MECZ I

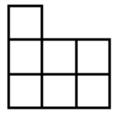
1) Zapis a^3 [czytaj a do potęgi trzeciej] oznacza $a \cdot a \cdot a$. Która z liczb 8^6 i 16^4 jest większa i ile razy?

2) Jaki kąt tworzą wskazówki zegara o 20:14?

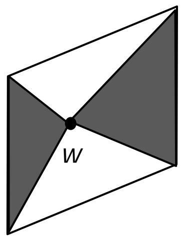
3) Suma cyfr pewnej liczby dwucyfrowej A jest równa 11. Gdy A zwiększymy o 27, to otrzymamy liczbę, której cyfry będą zapisane w odwrotnej kolejności. Ile wynosi A?

4) Wykaż, że w trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych jest mniejsza od sumy długości przeciwprostokątnej i podwojonej długości wysokości opuszczonej z wierzchołka przy kącie prostym.

5) Rysunek przedstawia figurę złożoną z 7 kwadratów. Niektóre z nich należy zacieniować w taki sposób, aby zacieniowane były co najmniej dwa kwadraty, ale nie takie, które stykają się bokiem lub wierzchołkiem. Ile jest możliwych pokolorowań tej figury?



6) Punkt W leżący wewnątrz równoległoboku połączono z czterema wierzchołkami, tworząc trójkąty jak na rysunku. Udowodnij, że suma pól białych trójkątów jest taka sama jak szarych.



7) Która z liczb jest większa: $^{111111111111111111115}/_{222222222222222222229}$ czy $^{333333333333333333335}/_{666666666666666666669}$?

8) Ile wynosi p, jeśli $^{p}/_{100}$ liczby $p + 4$ wynosi ćwierć p?

9) Beata maluje biały sześcian o krawędzi 2. Każdą ścianę albo pozostawia pustą, albo rysuje na niej odcinek łączący środki krawędzi (przeciwległych lub sąsiednich). Jaką najdłuższą nieprzerwaną linię może poprowadzić w ten sposób Beata na sześcianie?

10) Suma pewnych czterech różnych liczb pierwszych jest liczbą pierwszą. Suma pewnej pary tych liczb jest też pierwsza. Podobnie jak suma pewnej trójki tych liczb. Jaka jest najmniejsza możliwa suma wyjściowej czwórki liczb?

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XIV – ROK SZKOLNY 2014/15

SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓŁFINAŁOWA

MECZ II

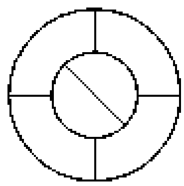
1) Zapis a^3 [czytaj a do potęgi trzeciej] oznacza $a \cdot a \cdot a$. Wykaż, że liczba $2 \cdot 9^{100} - 9^{99} - 9^{98}$ jest podzielna przez 19.

2) Idąc spać Jacek pozostawił na podłodze kupkę fistaszków. W nocy kolejno budziły się jego cztery mądre chomiki. Łakomy Archimedes obudził się o północy i zjadł połowę fistaszków. Potem obudził się Boromeusz i zjadł trzecią część tego, co zostało. Kolejny zbudził się Celsjusz i zjadł ćwierć pozostałej kupki. Na końcu obudził się sprawiedliwy Darwin i zjadł piątą część pozostałych fistaszków. Jacek obudził się nad ranem i z zadowoleniem zjadł to, co zostało. Jaką część wszystkich fistaszków zjadł Jacek?

3) Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 13?

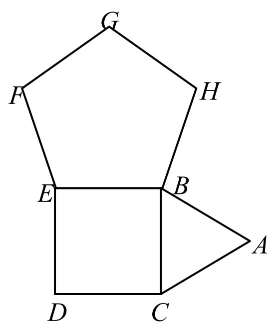
4) Przekątne równoległoboku o obwodzie 40 cm dzielą go na cztery trójkąty. Różnica obwodów dwóch z tych trójkątów wynosi 5 cm. Oblicz długości boków równoległoboku.

5) Kasia ma trzy razy tyle czereśni co Lucjan i dwa razy tyle co Michał. Michał ma natomiast 7 czereśni więcej niż Lucjan. Ile czereśni ma cała trójka razem?



6) Figura z rysunku jest złożona z 6 obszarów. Należy ją pokolorować w taki sposób, aby obszary graniczące ze sobą nawzajem miały różne kolory. Jakiej najmniejszej liczby kolorów trzeba do tego użyć?

7) Prostokąt P utworzono z trzech mniejszych prostokątów A, B i C zsuniętych razem bez dziur i nachodzenia na siebie nawzajem. Prostokąt A ma wymiary 3 cm × 8 cm, a B 2 cm × 5 cm. Jakie wymiary ma prostokąt C?



8) Wielokąty z rysunku są foremne, tzn. każdy ma jednakowe boki i jednakowe kąty. Uzasadnij, że kąty ADE i AHE mają równe miary.

9) Czy istnieje taki ułamek $^m/_n$, gdzie m i n są naturalne i $m \neq n$, że wszystkie ułamki postaci $\frac{m}{n}, \frac{m+}{n+}, \frac{m+}{n+}, \frac{m+}{n+}, \frac{m+}{n+}, \frac{m+}{n+}$ są skracalne?

10) Dla jakich wartości liczb a i b równanie $xa + b = 3x - 6$ jest spełnione przez nieskończenie wiele liczb?

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XIV – ROK SZKOLNY 2014/15

SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓŁFINAŁOWA

MECZ III

1) Wiadomo, że ułamek $\frac{x}{9}$, gdzie x jest liczbą całkowitą, leży pomiędzy $-\frac{71}{7}$ i $-\frac{113}{11}$. Znajdź x.

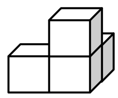
2) Liczby 113 i 311 są lustrzane, jedna powstaje w zapisania cyfr drugiej w odwrotnej kolejności. I obie są pierwsze. Ile par lustrzanych liczb pierwszych jest wśród liczb dwucyfrowych?

3) Pierwiastek z liczby a [piszemy $\sqrt{a}$] to taka liczba b, że $b^2=a$. Ile wynosi pierwiastek z dodatniej różnicy liczb 2013 i jej lustrzanego odbicia?

4) Zapis n^4 [czytaj: en do potęgi czwartej] oznacza $n{\cdot}n{\cdot}n{\cdot}n$. Dla jakiej cyfry X liczba $10^{2014}+X$ jest podzielna przez 9?

5) Dwa prostokątne ogródki działkowe mają równe pola i przylegają do siebie nawzajem dłuższymi bokami. Ich szerokości to 10 m i 12,5 m, a ich długości różnią się o 4 m. Ile siatki ogrodzeniowej muszą wspólnie kupić właściciele tych ogródków, aby odgrodzić się od sąsiadów i od siebie nawzajem?

6) Samochód z Jeleniej Góry do Wrocławia wyjechał o 8 rano. Jechał ze średnią prędkością 80 $^{km}/_{h}$ aż do chwili, gdy po przejechaniu 50 km złapał gumę. Wymiana koła zajęła kierowcy 30 minut. Z jaką średnią prędkością musi jechać samochód przez pozostałe 53 km, jakie zostały do Wrocławia, aby dotrzeć do celu na 9:40?



7) Stasiek ma cztery jednakowe sześciany w czterech różnych kolorach: białym, niebieskim, żółtym i czerwonym. Chce z nich skleić bryłę przedstawioną na rysunku. Ile różnie pokolorowanych figur może uzyskać?

A		**12**		**10**
	11		**11**	
10		**10**		**15**
	11		**14**	
10		**13**		***B***

8) Chcemy przejść na szachownicy z rysunku od pola A do B, wykonując tylko ruchy w pionie lub poziomie, najkrótszą możliwą drogą. Sumujemy punkty z pól, przez które przechodzimy. Każde czarne pole jest warte 5 pkt. Na ile sposobów możemy uzyskać wynik 51?

9) Dla jakich wartości liczb a i b równania $ax+2 = -2(4x-1)+b$ nie spełnia żadna liczba?

10) Jacek położył na stole 20 fistaszków. Wraz ze swoim tresowanym chomikiem Archimedesem grają w następująca grę: po kolei każdy z nich zjada tyle orzeszków, ile chce, pod warunkiem, że w swoim ruchu każdy zjada co najmniej jeden lecz nigdy więcej niż połowę orzeszków, które są aktualnie na kupce. Przegrywa ten, kto nie może wykonać ruchu. Czy Archimedes może sprawić, żeby Jacek z nim przegrał?