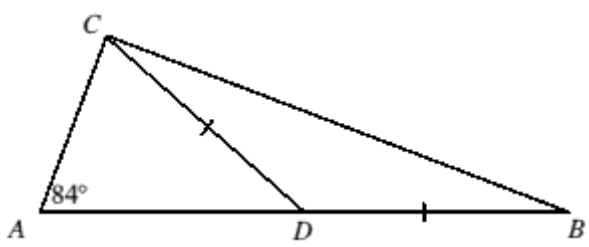




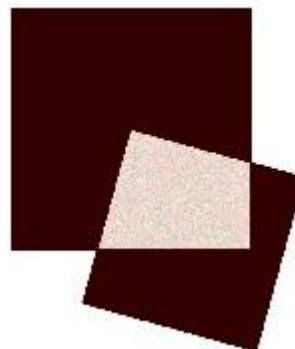
**DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE**  
**EDYCJA XVI – ROK SZKOLNY 2016/17**  
**SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓŁFINAŁOWA**  
**MECZ I**

- 1) Zapis dziesiętny pewnej liczby naturalnej składa się z cyfr 1, 2 i 3. przy czym każda z nich występuje w nim co najmniej dwukrotnie. Jaka jest najmniejsza spośród tych liczb, która nie dzieli się przez 3?
  - 2) W wyborach na prezesa Partii Dekadentów startowało 4 kandydatów. Ile głosów zdobył zwycięzca, jeśli pokonał przeciwników odpowiednio 34, 47 i 57 głosami, a wszystkich ważnych głosów elektorskich oddano 3858?
  - 3) Na ściankach sześciennej kostki do gry naklejonych jest od 1 do 6 oczek, tak że na każdej ścianie jest inna liczba oczek, a na dowolnych dwóch przeciwległych ścianach jest łącznie 7 oczek. Jaka jest najmniejsza liczba oczek, które trzeba przekleić na inną ścianę, aby każda ściana sąsiadowała ze ścianą z tą samą co ona liczbą oczek?
  - 4) Do ponumerowania stron *Encyklopedii Matematyki Najnowszej* użyto 2017 cyfr, przy czym nie wydrukowano numerów na 1. kartce (tzn. numerowanie zaczęto od trzeciej strony, którą oznaczono numerem 3). Ile stron ma ta encyklopedia?
  - 5) Mama nalała mleko do kubka, napełniając go po brzegi. Michał wypił 60% tego mleka, a kiedy rodzice nie patrzyli, chyłkiem odlał z powrotem do dzbanka pozostałe 80 ml. Jaka była pojemność kubka?
  - 6) W trójkącie  $ABC$  kąt  $CAB$  ma  $84^\circ$ , a punkt  $D$  leży w takim miejscu, że kąt  $CDB$  jest trzykrotnie większy niż kąt  $ACD$ . Ponadto trójkąt  $CDB$  jest równoramienny. Jaka jest miara kąta  $BCD$ ?
- 
- 7) Wiadomo, że  $ab = 2$ ,  $bc = 24$ , a  $ca = 3$  oraz  $a$ ,  $b$  i  $c$  są dodatnie. Ile wynosi  $a+b+c$ ?
  - 8) Babcia ma więcej niż 50, ale mniej niż 80 lat. Niestety, nie doczekała się syna, ale każda z jej córek ma tyle samo córek co siostr. Suma liczb córek i wnuczek jest równa wiekowi babci. Ile lat ma babcia i ile ma wnuczek?
  - 9) Dwa wycięte z tektury kwadraty o bokach odpowiednio 4 cm i 3 cm nałożono jeden na drugi w ten sposób, że wierzchołek mniejszego kwadratu pokrył się ze środkiem większego. Jeżeli usuniemy nakładające się części, to ile wynosi różnica pól pozostałych części obu kwadratów?
  - 10) Jeśli  $S$  stanowi 20%  $U$ , a  $U$  stanowi 50%  $M$ , a  $M$  stanowi 80%  $A$ , a  $SUMA$  wynosi 10000, to ile wynosi  $S$ ?



**EDYCJA XVI – ROK SZKOLNY 2016/17**  
**SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓŁFINAŁOWA – MECZ I**  
**SZKICE ROZWIĄZAŃ**

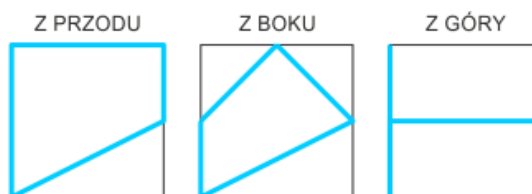
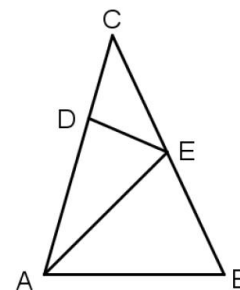
1. Liczba 112233 dzieli się przez 3 na podstawie cechy podzielności (uczeń powinien ją sformułować sam lub na prośbę jury, jeśli nie zrobi tego poprawnie, odjąć 2 pkt). Trzeba zatem użyć dodatkowej cyfry i musi to być 1 na początku, aby liczba była najmniejsza. Otrzymujemy 1112233.
2. Jeśli zwycięzca zdobył  $z$  głosów, to wspólnie zdobyli  $z+(z-34)+(z-47)+(z-57) = 3858$ . Stąd  $4z = 3996$ , więc  $z=999$ .
3. Wystarczy przekleić 2 oczka: jedno z 6 do 4, drugie z 3 do 1 (2 pkt). Uzasadnienie: mamy wtedy ściany 5, 5, 5 i 2, 2, 2, przy czym każda piątka sąsiaduje z piątką, a każda dwójka z dwójką (do tego miejsca 5 pkt). Przeklejenie jednego oczka nie wystarczy, bo w ten sposób można zrównać liczby oczek tylko na 3 ścianach i pozostaną nadal 3 ściany, gdzie nie będzie równości z żadną inną ścianą.
4. Są 2 strony bez numerów, 7 stron z numerami 1-cyfrowymi (od 3 do 9), 90 stron z numerami 2-cyfrowymi (od 10 do 99). Do tej pory zużyto  $7+2\cdot 90=187$  cyfr. Pozostałe numery są 3-cyfrowe i pozostało na nie  $2017-187 = 1830$  cyfr, co daje  $1830:3 = 610$  stron. Zatem wszystkich stron encyklopedii jest  $2+7+90+610 = 709$ . Za każdy błąd koncepcyjny odejmujemy 3 pkt, za błąd rachunkowy – 2.
5. 80 ml stanowiło 40% pojemności kubka, zatem 20 ml to 10%, a 10 razy więcej to 100% pojemności czyli 200 ml. Jeśli uczeń zapisze 4 liczby i wykona tajemnicze „mnożenie na krzyż” przyznajemy 3 pkt, bo to niczego nie wyjaśnia.
6. Niech  $|\sphericalangle ACD| = x$ . Wtedy  $|\sphericalangle CDB| = 3x$ , a  $|\sphericalangle ADC| = 180-3x$ . Z twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych w trójkącie  $ADC$  mamy  $84+x+180-3x = 180$  (lub prościej, z twierdzenia o kącie zewnętrznym mamy  $84+x=3x$ ), czyli  $x=42$ . Stąd  $|\sphericalangle BCD| = |\sphericalangle DBC| = (180-126):2 = 27$ .
7. Wiemy, że  $a \neq 0$  (za niestwierdzenie tego odejmujemy 2 pkt), więc  $b = 2/a$  i  $c = 3/a$ . Wobec tego  $24 = 2/a \cdot 3/a = 6/a^2$ . Stąd  $4a^2 = 1$  i  $a=1/2$ ,  $b=4$ ,  $c=6$ , a ich suma wynosi 10,5.
8. Niech babcia ma  $c$  córek. Każda z nich ma  $c-1$  siostr i tyleż córek. Zatem wszystkich wnuczek jest  $c(c-1)$ , a wiek babci to  $c + c(c-1) = c(1+c-1) = c^2$ . Jedyny kwadrat pomiędzy 50 i 80, to 64. Babcia ma więc 64 lata, 8 córek i 56 wnuczek. Za odpowiedź bez uzasadnienia, że jest jedyna, przyznajemy 6 pkt.
9. Za wykonanie poprawnego rysunku w ogólnym położeniu przyznajemy 4 pkt. Oznaczmy pole wspólnej części przez  $B$ . Po jej wycięciu z dużego kwadratu pozostaje pole  $16-B$ , a z małego  $9-B$ . Różnica tych liczb wynosi 17, niezależnie od wielkości  $B$ . Za bardziej skomplikowane rozwiązanie odejmujemy 2 pkt. Za rozwiązanie w położeniu szczególnym (np. z równoległymi bokami obu kwadratów) przyznajemy 2 pkt.
10. W szkicu używamy zapisu potęgowego, ale uczeń może stosować wielokrotne mnożenie. Mamy  $SUMA = 0,2U \cdot 0,5M \cdot 0,8A \cdot A = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot UMA^2 = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot UA^3 = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,5MA^3 = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,8A^4 = 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 8 / 10^6 \cdot A^4 = 10^4$ . Stąd  $10^{10} = 2^{10} \cdot 5^2 \cdot A^4$ , czyli  $A^4 = 5^8$ , zatem  $A=25$ ,  $U=20$ ,  $M=10$  i  $S=2$ .





**DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE**  
**EDYCJA XVI – ROK SZKOLNY 2016/17**  
**SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓLFINAŁOWA**  
**MECZ II**

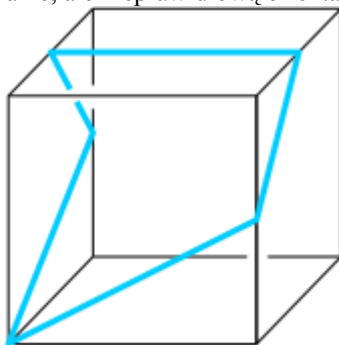
1. Paweł i Gawł w postanowili zmienić wodę w swoich ogrodowych basenach. Basen Pawła mieści 400 litrów wody, a Gawła – o 20 litrów więcej. Obaj zaczęli opróżniać swoje baseny w tempie 4 litrów na minutę. Gdy wypłynęła trzecia część wody, Gawł zwiększył tempo opróżniania do 5 litrów na minutę. Paweł zauważył to, gdy z jego basenu wypłynęła już połowa wody i natychmiast także zwiększył tempo opróżniania do 5 litrów na minutę. Gawł zobaczył, że sąsiad po nim małpuje, gdy z jego basenu wypłynęła kolejna trzecia część wody i szybko powrócił do poprzedniego tempa opróżniania. Kto opróżnił swój basen wcześniej i jaką uzyskał przewagę czasu nad sąsiadem?
2. Z okazji nadejścia wiosny w szkole Tomka urządzono Święto Latawca. Tomek przygotował z tętą latawiec w kształcie rombu. Listewki, które tworzyły przekątne, miały 80 cm i 60 cm długości. Wzdłuż brzegu latawca tato napiął żyłkę o długości 200 cm, a do niej Tomek przymocował powierzchnię latawca wykonaną z płótna spadochronowego. Jaka była wysokość rombu wyciętego z płótna?
3. Suma trzech dodatnich liczb całkowitych jest równa 100. Dwie z nich są dwucyfrowe, a trzecia jest jednocyfrowa. Jaką największą wartość może mieć większa, a jaką mniejsza z liczb dwucyfrowych?
4. O której godzinie Janek obudził się ze snu, jeśli spojrzął od razu na zegar i stwierdził, że  $\frac{2}{5}$  czasu, jaki upłynął od północy, równa się  $\frac{2}{3}$  czasu, jaki pozostał jeszcze do południa?
5. Do pustego, prostopadłościennego akwarium o kwadratowym dnie i wymiarach 40 cm  $\times$  40 cm  $\times$  20 cm włożono trzy ozdobne sześciiany o krawędziach długości 5 cm, 10 cm i 15 cm. Ile co najmniej litrów wody trzeba nalać do akwarium, aby wszystkie kostki znalazły się pod wodą?
6. Bolek poprosił Lolka, aby pomyślał pewną dodatnią liczbę parzystą. Lolek powiedział że jego liczba ma dokładnie cztery dzielniki, których suma wynosi 186. Czy Bolek może odgadnąć liczbę Lolka?
7. Druh Jeremi obliczył, że aby przyjechać punktualnie na miejsce zbiórki swojej drużyny oddalone o 18 km, powinien jechać ze średnią szybkością 20 km/h. Dlatego taką właśnie prędkość stale utrzymywał. Jednak kiedy przebył  $\frac{1}{3}$  drogi, spadł mu łańcuch. Naprawa tej usterki zajęła mu 6 minut. Z jaką najmniejszą szybkością musi jechać przez dalszą część drogi, żeby zdążyć na czas?
8. Na trójkątnym trawniku wytyczono alejkę, jak na rysunku obok. Punkt  $E$  leży pośrodku odcinka  $BC$ . Trójkąt  $ABE$  ma pole 12, a  $CDE$  ma pole 5. Jakie pole ma pozostała część trawnika?
9. W jakiej odległości od rosochatej wierzby uderzył piorun, jeśli stojący pod nią w czasie burzy pan Nieroztropek usłyszał grzmot po 10 sekundach od błyskawicy?
10. Na szklanym sześciianie narysowano linię łamaną zamkniętą. Widzimy widoki tego sześciianu z przodu, z prawego boku i z góry. Odtwórz przebieg pętli na sześciianie, aby zgadzał się z trzema rzutami.





**EDYCJA XVI – ROK SZKOLNY 2016/17**  
**SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓŁFINAŁOWA – MECZ II**  
**SZKICE ROZWIĄZAŃ**

1. Basen Pawła ma 400 l. Spuścił on 200 litrów w tempie 4 l/min co zajęło 50 min, a pozostałe 200 l w tempie 5 l/min, co zajęło 40 min. Łącznie 90 min. Basen Gawła ma 420 l, z czego  $\frac{1}{3}$  to 140 l. W tempie 4 l/min Gawel spuścił 140 l w 35 min, kolejne 140 l w tempie 5 l/min spuścił w 28 min, a ostatnią część spuścił w początkowym tempie. Łączny czas opróżniania basenu Gawła to  $2 \cdot 35 + 28 = 98$  min. Różnica wynosiła 8 minut na korzyść Pawła.
2. Obwód rombu wynosi 200 cm, a więc bok ma 50 cm. Pole rombu to połowa iloczynu przekątnych, a także iloczyn boku i opuszczonej nań wysokości (należy poprosić o uzasadnienie obu wzorów – korzysta się z pola trójkąta - jeśli uczeń nie potrafi, odejmujemy po 2 pkt za każde). Zatem pole rombu to  $80 \cdot 60 / 2 = 2400 \text{ cm}^2 = 50h$ . Stąd  $h = 48$  cm.
3. Najmniejsza liczba jednocyfrowa to 1. Pozostałe to liczby dwucyfrowe i aby większa z nich była największa możliwa przyjmujemy, że druga dwucyfrowa jest najmniejsza możliwa, czyli 10. Wtedy największa możliwa liczba dwucyfrowa to 89. Największą mniejszą liczbę dwucyfrową uzyskamy, gdy większa z nich będzie najmniejsza, czyli równa 50. Wtedy mniejsza będzie równa 49. Za poprawną odpowiedź bez uzasadnienia przyznajemy 2 pkt.
4. Niech  $a$  to czas, jaki upłynął od północy, a  $b$  – jaki pozostał do południa. Mamy  $a+b=12$  lub równoważnie  $10a+10b=120$ . Zachodzi też  $\frac{2}{5}a = \frac{2}{3}b$ , czyli  $6a=10b$ . Zatem  $10a+6a=120$ , skąd  $a=7,5$ . Janek obudził się o 7:30. Za odpowiedź 7,5 odjąć 3 pkt za brak odpowiedzi w kontekście sytuacyjnym zadania.
5. Najkorzystniej jest postawić wszystkie kostki na dnie, ale trzeba sprawdzić, czy wejdą ( $5+10+15=30$ , a krawędź podstawy ma 40 cm). Za brak sprawdzenia odjąć 2 pkt. Wystarczy nalać wody do wysokości najwyższej kostki, czyli gdyby akwarium było puste to  $40 \cdot 40 \cdot 15 = 24000 \text{ cm}^3 = 24$  l. Ale część tej objętości zajmują kostki  $5^3 + 10^3 + 15^3 = 125 + 1000 + 3375 = 4500 \text{ cm}^3 = 4,5$  l. Wystarczy więc nalać 19,5 l. Za odpowiedź w  $\text{cm}^3$  odjąć 3 pkt.
6. Liczba Lolka  $a$  dzieli się przez 2, przez 1, przez samą siebie i przez połowę siebie, zatem  $186 = 1 + 2 + a + \frac{a}{2}$ , czyli  $183 = 1,5a$ , skąd  $a = 122$ . Za rozwiązanie metodą prób i błędów przyznajemy do 3 pkt.
7. Przejechanie 18 km bez awarii zajęłoby Jeremiemu 54 min. Przebycie  $\frac{1}{3}$  zajęło 18 min, a razem z naprawą 24 min. Do przebycia zostało 12 km i 30 min do zbiórki. Aby zdążyć, Jeremi musi jechać ze średnią szybkością 24 km/h.
8. Pola trójkątów  $ABE$  i  $AEC$  są równe, bo trójkąty mają równe podstawy  $BE$  i  $EC$  oraz wspólną opuszczoną na nie wysokość. Zatem pole  $ADE$  wynosi  $12 - 5 = 7$ . Za bardziej skomplikowane rachunki odejmujemy 2 pkt.
9. Wylądowanie i grzmot nastąpiły w tym samym momencie. Ponieważ prędkość światła jest ogromna, można założyć, że błysk zobaczyliśmy w tej samej chwili, podczas gdy dźwięk biegł do nas przez 10 s. Odległość od burzy w metrach można więc obliczyć, mnożąc czas w sekundach przez prędkość dźwięku w powietrzu wyrażoną w m/s. Za taką odpowiedź (bez konkretnych wartości) przyznajemy 5 pkt. Jeśli uczeń poda sensowną wielkość prędkości dźwięku (między 300 a 350 m/s), przyznajemy kolejne 3 pkt. Każda z tych wielkości jest możliwa, bo prędkość dźwięku w powietrzu zależy od temperatury, ale za to nie odejmujemy punktów. Zatem sensowna odpowiedź to ok. 3000-3500 m, czyli 3-3,5 km. Ostatnie 2 pkt przyznajemy za sprawdzenie, że założenie o natychmiastowym spostrzeżeniu błyskawicy było sensowne. Prędkość światła w powietrzu to trochę mniej niż 300 mln m/s, zatem odległość 3000 m światło pokona w czasie  $1/100000$  sekundy – to jest czas niezauważalny.
10. Rozwiązanie przedstawia rysunek. Może być też przedstawione na siatce. Wtedy należy oznaczyć ścianę frontową, górną i boczną. Za poprawne rozwiązanie, ale nieprawidłową orientację odejmujemy 4 pkt.

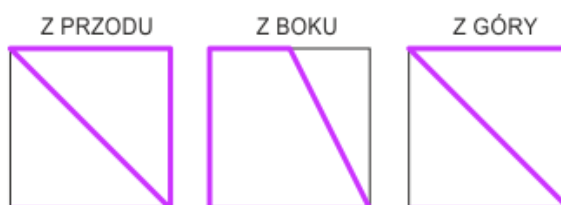




**DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE**  
**EDYCJA XVI – ROK SZKOLNY 2016/17**  
**SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓLFINAŁOWA**  
**MECZ III**

1. Z ośmiu jednakowych kostek do gry sklejono sześciian. Ile wynosi suma oczek na jego widocznych ściankach, jeśli jest o 8 większa niż na ściankach niewidocznych?
2. Pani Mamoniowa osiągnęła w tym roku mickiewiczowski wiek – ma 44 lata, ale wraz z czwórką swoich dzieci mają średnio po 16 lat. Jaka jest średnia wieku rodzeństwa Mamoniów?
3. W pięciokącie wypukłym przekątne wychodzące z jednego z wierzchołów mają długości 7 cm i 8 cm. Dzielą one wielokąt na trzy trójkąty o obwodzie 20 cm każdy. Ile wynosi obwód pięciokąta?
4. Marysia zauważyła, że pojemność jej prostopadłościennego akwarium wyrażona w litrach jest liczbą o 1329669 mniejszą od jego pojemności w centymetrach sześciennych. Jaka pojemność ma to akwarium?
5. Dziadek Jeremiasz przyniósł dla swoich dwóch wnuków 40 cukierków w dwóch kieszeniach. Najpierw z pierwszej kieszeni przełożył do drugiej 5 cukierków, a następnie z drugiej do pierwszej przełożył tyle, aby ich liczba w pierwszej kieszeni się podwoiła. Potem każdy z wnuków zabrał cukierki z jednej kieszeni i okazało się, że dziadek obdzielił ich po równo. Ile cukierków było na początku w drugiej kieszeni?
6. W kartonie soku aroniowego Pychotka było dotychczas 1000 ml soku i kosztował on 2,40 zł. Producent przygotował dwie wersje promocji:
  - a) za tę samą cenę otrzymasz o 20% więcej soku,
  - b) za tę samą ilość soku zapłacisz o 20% mniej.Która wersja jest bardziej opłacalna dla klienta?
7. Prostokąt o polu  $100 \text{ cm}^2$  podzielono na trzy prostokąty, z których jeden ma obwód 23 cm i szerokość 1,5 cm, a drugi ma obwód 21 cm i długość 8 cm. Jaki obwód ma trzeci prostokąt?
8. Klasa Joasi oglądała gwiazdy przez teleskop w szkolnym obserwatorium astronomicznym. Uczniowie weszli na zajęcia kwadrans po pełnej godzinie. W obserwatorium spędzili 4 godziny lekcyjne, a po każdej lekcji (także po ostatniej) mieli 5 min przerwy. Joasia policzyła, że w tym czasie rozległo się 37 uderzeń zegara na wieży pobliskiego starego kościoła. Zegar ten bije o pełnych godzinach tyle razy, ile wskazuje na tarczy jego mała wskazówka, oraz raz – 30 min po pełnej godzinie. O której godzinie uczniowie weszli do obserwatorium?
9. W pudełku jest 13 kulek białych i 14 czarnych. Wybieramy losowo 2 kulki. Jeśli mają ten sam kolor, wrzucamy na ich miejsce kulkę czarną, a jeśli różne kolory – wrzucamy białą. Powtarzamy to do momentu, aż w pudełku zostanie jedna kulka (i nie da się wykonać kolejnego ruchu). Jakiego będzie koloru?

10. Na szklanym sześciianie narysowano linię łamaną zamkniętą. Widzimy widoki tego sześcianu z przodu, z prawego boku i z góry. Odtwórz przebieg pętli na sześciannie, aby zgadzał się z trzema rzutami.





**EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2016/17**  
**SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA PÓŁFINAŁOWA – MECZ III**  
**SZKICE ROZWIĄZAŃ**

- Suma oczek na jednej kostce wynosi  $6+5+4+3+2+1 = 21$ , więc na 8 kostkach  $8 \cdot 21 = 168$ . Jeśli na niewidocznych ściankach suma oczek wynosi  $a$ , to na widocznych  $a+8$ , czyli  $a+a+8 = 160$ , stąd  $a=80$ , a odpowiedź do zadania to 88. Za bardziej skomplikowane obliczenia odejmujemy 2 pkt. Za rozumowanie na przykładach przyznajemy 2 pkt.
- Niech dzieci Mamoniowej mają  $a, b, c$  i  $d$  lat. Wiemy, że  $(44+a+b+c+d)/5 = 16$ , czyli  $a+b+c+d = 36$ . Zatem średni wiek rodzeństwa to  $36:4 = 9$  lat.
- Dane przekątne wraz z jednym bokiem tworzą trójkąt obwodzie 20 cm. Czyli ten bok ma  $20-8-7 = 5$  cm. Suma dwóch boków w jednym z pozostałych trójkątów wynosi  $20-7 = 13$ , a w drugim  $20-8 = 12$ . Obwód pięciokąta ma  $13+5+12 = 30$  cm. Za bardziej skomplikowane rachunki odejmujemy 2 pkt.
- Ponieważ  $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ , na każdym litrze różnica objętości w litrach i  $\text{cm}^3$  wynosi 999. Różnica  $1\ 329\ 669$  musiała powstać na 1331 litrach, bo  $1329\ 669 : 999 = 1331$ . Zatem akwarium ma pojemność 1331 litrów (lub  $1331000 \text{ cm}^3$ ). Za podanie w odpowiedzi liczby bez jednostek odejmujemy 3 pkt.
- Na końcu w kieszeniach było po 20 cukierków. Wcześniej w pierwszej było ich 2 razy mniej, czyli 10, a jeszcze wcześniej dziadek wyjął z niej 5 cukierków, czyli na początku było w niej 15 cukierków, a w drugiej 25.
- W promocji a) za 2,40 zł kupimy 1200 ml, czyli  $2,40/1200 = 0,002$  zł za mililitr, czyli 2 zł za 1000 ml. W promocji b) za 1000 ml zapłacimy 1,92 zł, czyli ten sok jest tańszy, a promocja korzystniejsza.
- Wymiary I prostokąta to  $10 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}$  i pole  $15 \text{ cm}^2$ , a wymiary II to  $8 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}$  i pole  $20 \text{ cm}^2$ . III prostokąt ma pole  $100-35 = 65 \text{ cm}^2$ . Aby powstały 3 prostokąty I i II można ułożyć na 4 sposoby. Za pominięcie jednego odejmujemy 4 pkt. Tylko w jednym przypadku pole III prostokąta wynosi 65 (patrz rys). Wtedy wymiary III prostokąta to  $10 \text{ cm} \times 6,5 \text{ cm}$ , a obwód – 33cm.
- Klasa spędziła w obserwatorium 3 h 20 min. Gdyby weszli o pełnej godzinie  $x$ , byłiby tam 3 h 35 min u usłyszeliby  $x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+4=37+x$  uderzeń zegara. Stąd  $x=9$ . Zatem klasa weszła o 21:15. Za odpowiedź 9:15 bez wskazania, że chodzi o wieczór odejmujemy 3 pkt.
- Kulka będzie biała, bowiem po każdej kolejce nie zmienia się parzystość liczby kul białych (albo wyjęto 2 czarne i wrzucono czarną - liczba białych się nie zmieniła, albo wyjęto różne kule w tym białą i wrzucono białą - liczba kul białych znowu się nie zmieniła, albo wreszcie wyjęto 2 białe i wrzucono czarną - liczba kul białych zmniejszyła się o 2). Ponieważ początkowa liczba kulek białych jest nieparzysta, to właśnie biała kulka musi zostać na końcu. Za odpowiedź uzyskaną po analizie przykładów bez ogólnego rozumowania przyznajemy 2 pkt.
- Rozwiązanie przedstawia rysunek. Może być też przedstawione na siatce. Wtedy należy oznaczyć ścianę frontową, górną i boczną. Za poprawne rozwiązanie, ale nieprawidłową orientację odejmujemy 4 pkt.

