DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13

GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA

MECZ I

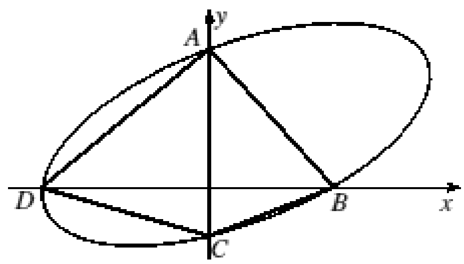
1. Czy liczbę 111 można zapisać jako sumę dwóch liczb pierwszych?

2. Adam powiedział: *Tylko jeden z nas mówi prawdę*. Bartek powiedział: *Adam nie mówi prawdy*. Czesław powiedział: *Bartek nie mówi prawdy*. Damian powiedział: *Czesław nie mówi prawdy*. Euzebiusz powiedział: *Damian nie mówi prawdy*. Ilu chłopców powiedziało prawdę?

3. Jaka jest ostatnia niezerowa cyfra liczby $2^{2013}\cdot 3^{56}\cdot 5^{1957}$ i ile jest po niej zer?

4. Profesor Sędziwy codziennie chodzi do pracy na piechotę. Wychodzi zawsze o 8:00. W czwartek szedł 10% szybciej niż wynosi jego codzienna średnia prędkość. W efekcie był w pracy x minut wcześniej niż zwykle. Ile czasu zajęło mu dojście do pracy w środę?

5. Rysunek przedstawia elipsę o równaniu $x^2+y^2-xy+x-4y = 12$. Jakie pole ma czworokąt $ABCD$ wpisany w tę elipsę, którego wierzchołki znajdują się w miejscach przecięcia krzywej z osiami układu współrzędnych?



6. Baśka wypisała wszystkie liczby trzycyfrowe, a następnie dla każdej z nich wyliczyła iloczyn cyfr. Na koniec dodała wszystkie otrzymane iloczyny. Jaki wynik uzyskała?

7. W trapezie $PQRS$ zachodzi: $SP \parallel RQ$ oraz $PQ = SR = 25$ cm. Pole tego trapezu wynosi 600 cm^2. W trapez wpisano okrąg o środku C. Jaki jest jego promień?

8. Cyfry x i y są niezerowe. Liczba pięciocyfrowa $xyxyx$ dzieli się przez 3, a siedmiocyfrowa $yxyxyxy$ przez 18. Jakimi cyframi są x i y?

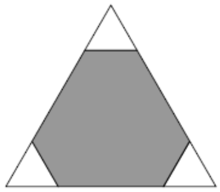
9. Pociąg odjeżdża ze stacji Andrychów zgodnie z rozkładem, Konduktor wychodzi od maszynisty i wzdłuż całego pociągu sprawdza bilety. Zajmuje mu to pół godziny, a przesuwa się z prędkością 1 km/h. Następnie rusza w drogę powrotną, ale nie ma już tyle sprawdzania, więc robi to z prędkością 2 km/h. Kiedy dociera do maszynisty, pociąg wjeżdża na stację Berdychów oddaloną od Andrychowa o 60 km. Jak szybko jechał pociąg?

10. Punkty T i U leżą na zewnątrz równoległoboku $PQRS$ w taki sposób, że trójkąty RQT i SRU są równoboczne i nie mają punktów wspólnych z wnętrzem równoległoboku. Pokaż, że trójkąt PTU również jest równoboczny.

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA
MECZ II

1. Zegarek położono na blacie stołu w taki sposób, że jego wskazówka minutowa wskazywała północny-wschód. Po jakim czasie wskazówka ta po raz pierwszy pokaże południowy-zachód?

2. Od trójkąta równobocznego o boku 6 cm odcięto równoboczne narożniki jak na rysunku. Suma obwodów odciętych trójkątów jest taka sama, jak obwód pozostałego sześciokąta. Jaka jest długość boków odciętych trójkątów?



3. W każdą pustą kratkę diagramu Baśka chce wpisać liczbę w taki sposób, aby suma pierwszych trzech liczb wyniosła 100, środkowych trzech 200, a ostatnich trzech 300. Jaką liczbę powinna wpisać w środkową kratkę?

10				130

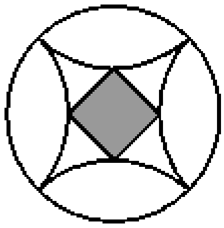
4. Do zapisania trzech liczb dwucyfrowych użyto sześciu różnych cyfr. Jaka jest największa możliwa suma tych trzech liczb?

5. Zosia pocięła kostkę żółtego sera na drobne kawałeczki i zostawiła na stole. W ciągu dnia do kuchni zakradły się myszy i ukradły kawałki sera. Obserwował je leniwy Garfield. Zauważył, że każda z myszy ukradła inną liczbę kawałków sera nie większą od 10 i że żadna mysz nie ukradła dwukrotnie więcej kawałków niż któraś inna. Jaką największą liczbę myszy mógł widzieć Garfield?

6. Ile wynosi najmniejsza liczba naturalna, której suma cyfr jest równa 2013?

7. Na lotnisku w Barcelonie jest ruchomy chodnik o długości 500 m, który przesuwa się z prędkością 4 km na godzinę. Armando i Bernulio wchodzą na chodnik w tym samym momencie, ale Armando idzie po nim z prędkością 6 km na godzinę, a Bernulio stoi nieruchomo. W jakiej odległości przed Bernuliem będzie Armando, gdy dotrze do końca chodnika?

8. Wzór przedstawiony na rysunku można znaleźć na posadzce włoskiej katedry w Spoleto. Zewnętrzny okrąg ma promień 1, podobnie jak wewnętrzne ćwiartki okręgów otaczające kwadrat. Ornament ma cztery osie symetrii. Jaką długość ma bok kwadratu?



9. Na pastwisku Mc Donalda trawa przyrasta codziennie w tej samej ilości. Sześć krów potrzebuje trzech dni, żeby zjeść trawę do końca, a trzy krowy potrzebują na to siedmiu dni. Każda krowa zjada dziennie tyle samo trawy. Przez ile dni może paść się pojedyncza krowa zanim zje całą trawę z pastwiska?

10. Dany jest 25-kąt foremny wpisany w okrąg o promieniu 1. Ile ma przekątnych krótszych od 1?

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XII – ROK SZKOLNY 2012/13

GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA

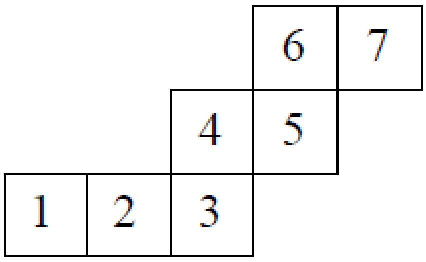
MECZ III

1. Hydra polinezyjska ma z natury 5 głów, ale po ucięciu każdej głowy wyrasta w tym miejscu 105 nowych. John Cut odciął oryginalnej hydrze 107 głów jedną po drugiej. Ile głów pozostało jej po tej operacji?

2. Palindrom czytamy jednakowo w przód i wstecz. Jaka jest suma cyfr największego czterocyfrowego palindromu podzielnego przez 15?

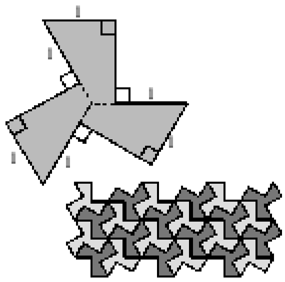
3. Na stole leżą cztery kartki papieru z napisami: „ podzielna przez 7”, „pierwsza”, „nieparzysta”, „większa od 100”. Na odwrocie kartek znajdują się liczby 2, 5, 7 i 12, ale żadna z liczb nie posiada własności podanej na drugiej stronie jej kartki. Jaka liczba jest na odwrocie napisu „większa od 100”?

4. O liczbach x, y i z wiadomo, że $x+y+z = 1$, $x+y-z = 2$ oraz $x-y-z = 3$. Ile wynosi iloczyn liczb x, y i z?



5. Toczymy kostkę do gry w taki sposób, że jej dolna ścianka zajmuje kolejno pozycje od 1 do 7 jak na diagramie. W których pozycjach na spodzie znajduje się ta sama ścianka kostki?

6. Pewna liczba ma tę własność, że kiedy dzielimy przez nią 144 zostaje reszta 11, a kiedy dzielimy przez nią 220, także zostaje reszta 11. Co to za liczba?



7. Suma cyfr liczby siedmiocyfrowej wynosi sześć. Ile wynosi iloczyn cyfr tej liczby?

8. Baśka zaprojektowała kafelki do wyłożenia podłogi w łazience. Każdy składa się z trzech przystających czworokątów, jak na rysunku. Każdy ma 9 boków, po 3 parami prostopadłe, a 6 z nich ma długość 1. Jakie jest pole kafelka?

9. Liczbę 3 można zapisać jako sumę liczb naturalnych na 4 różne sposoby: 3, 1+2, 2+1, 1+1+1. Na ile sposobów jako sumę liczb naturalnych można zapisać 7?

10. Liczby pierwsze p, q, r spełniają układ nierówności $p^7 < q^3$, $pq^2 < r^9$. Dowieść, że $p^5 < r^8$.