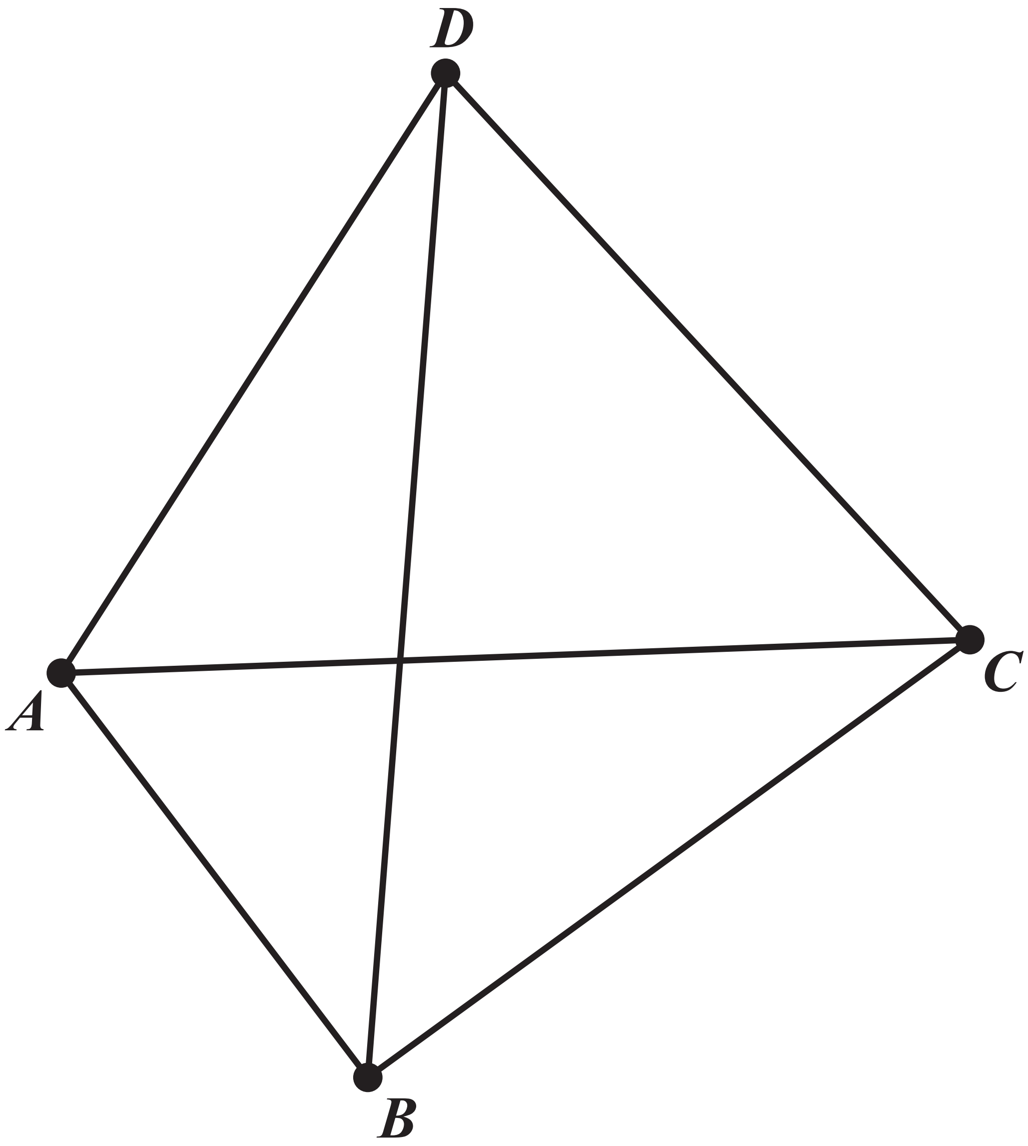
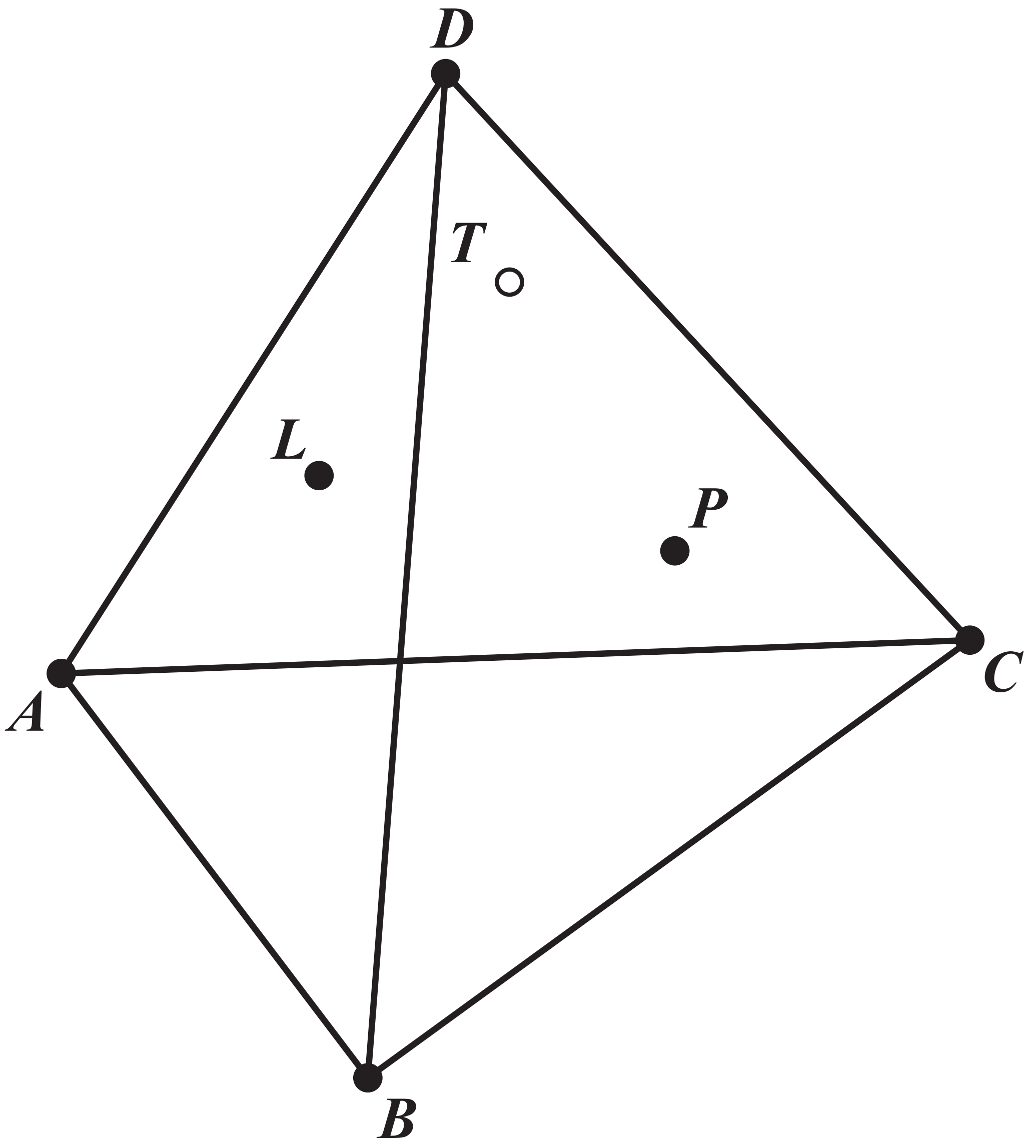
Były sobie punkty trzy. . .

Dawno, dawno temu był sobie czworościan $ABCD$,

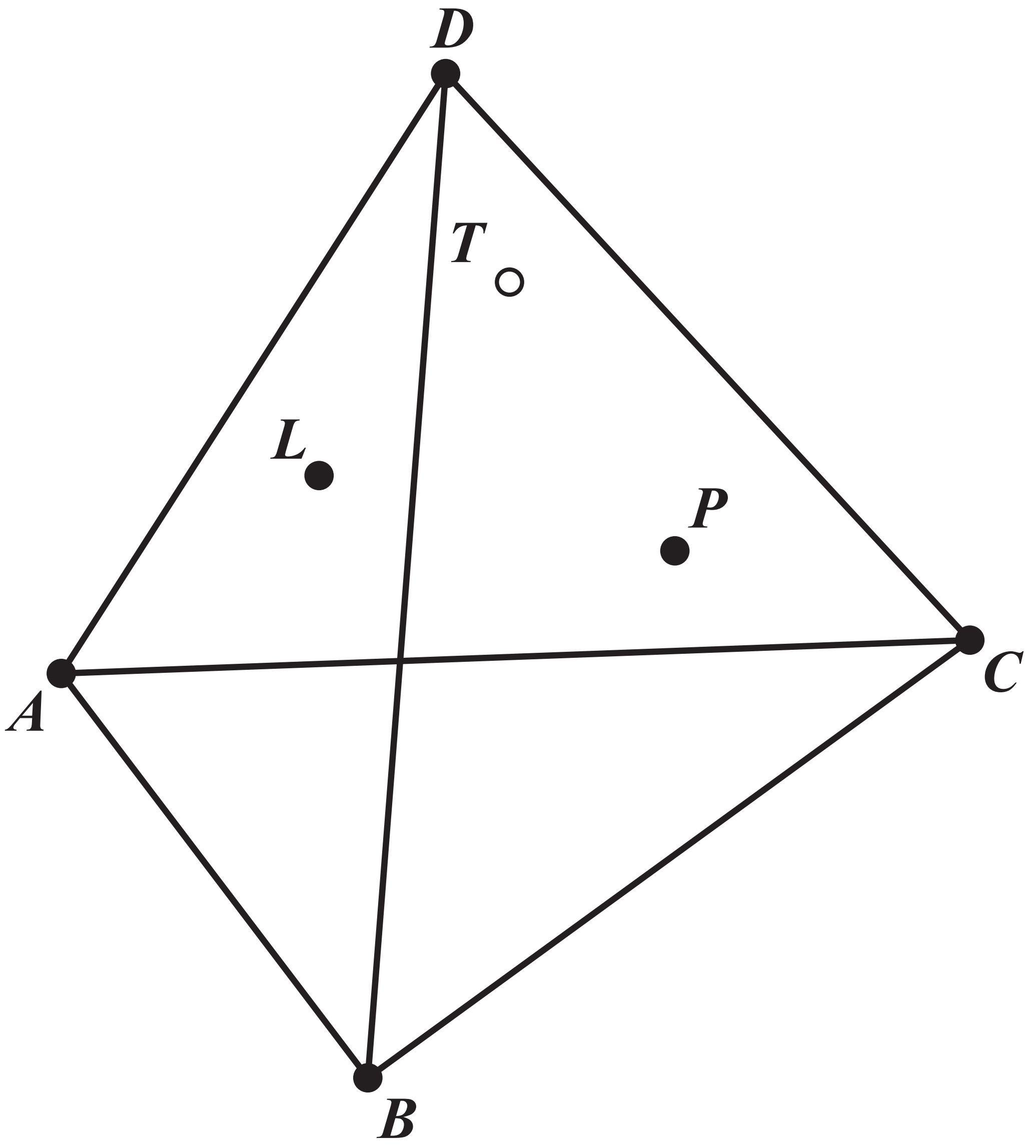


na którym zamieszkały trzy punkty:



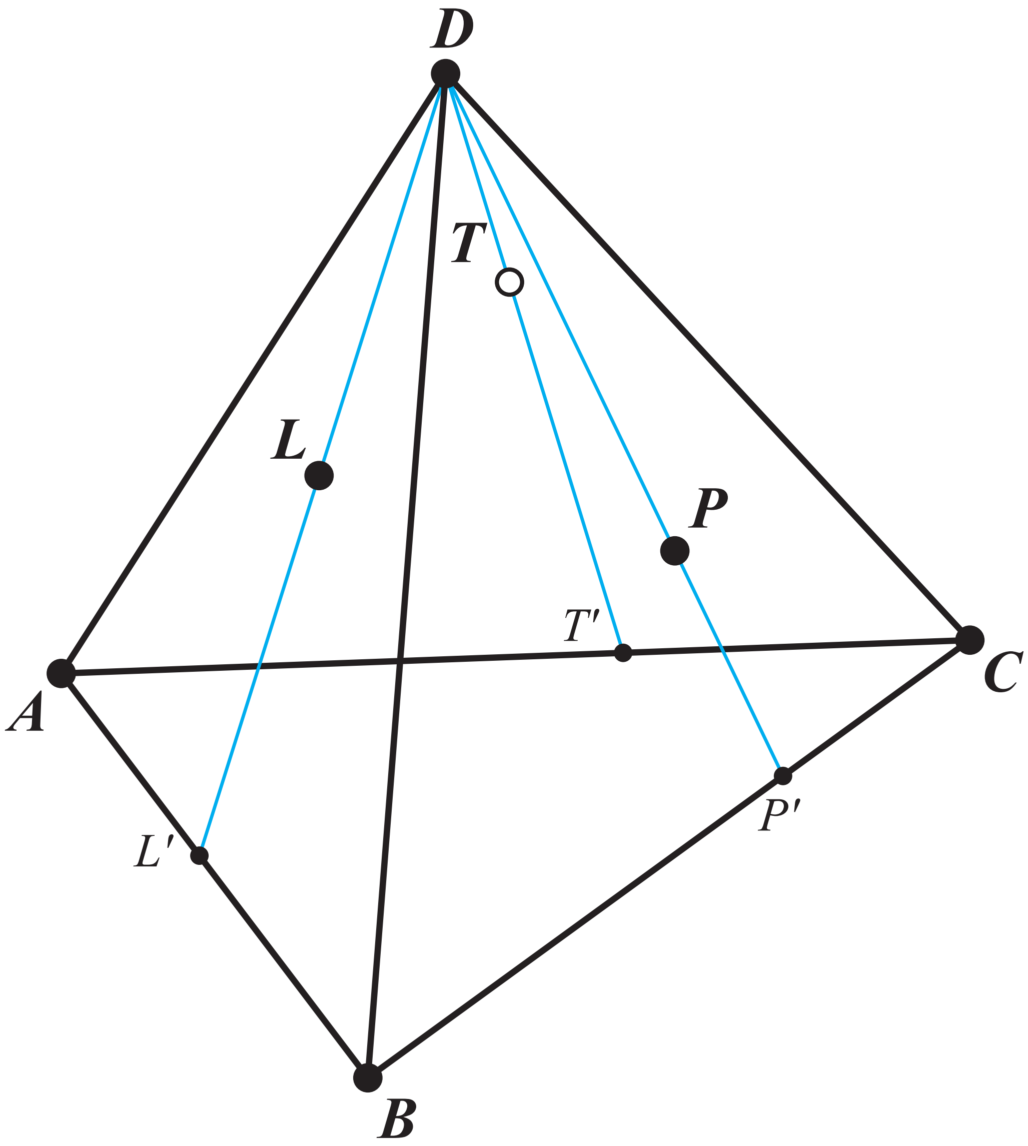
na lewej ścianie L, na prawej ścianie P, a T na ścianie tylnej.

Babcia im opowiadała, że gdy dorosną stworzą płaszczyznę,



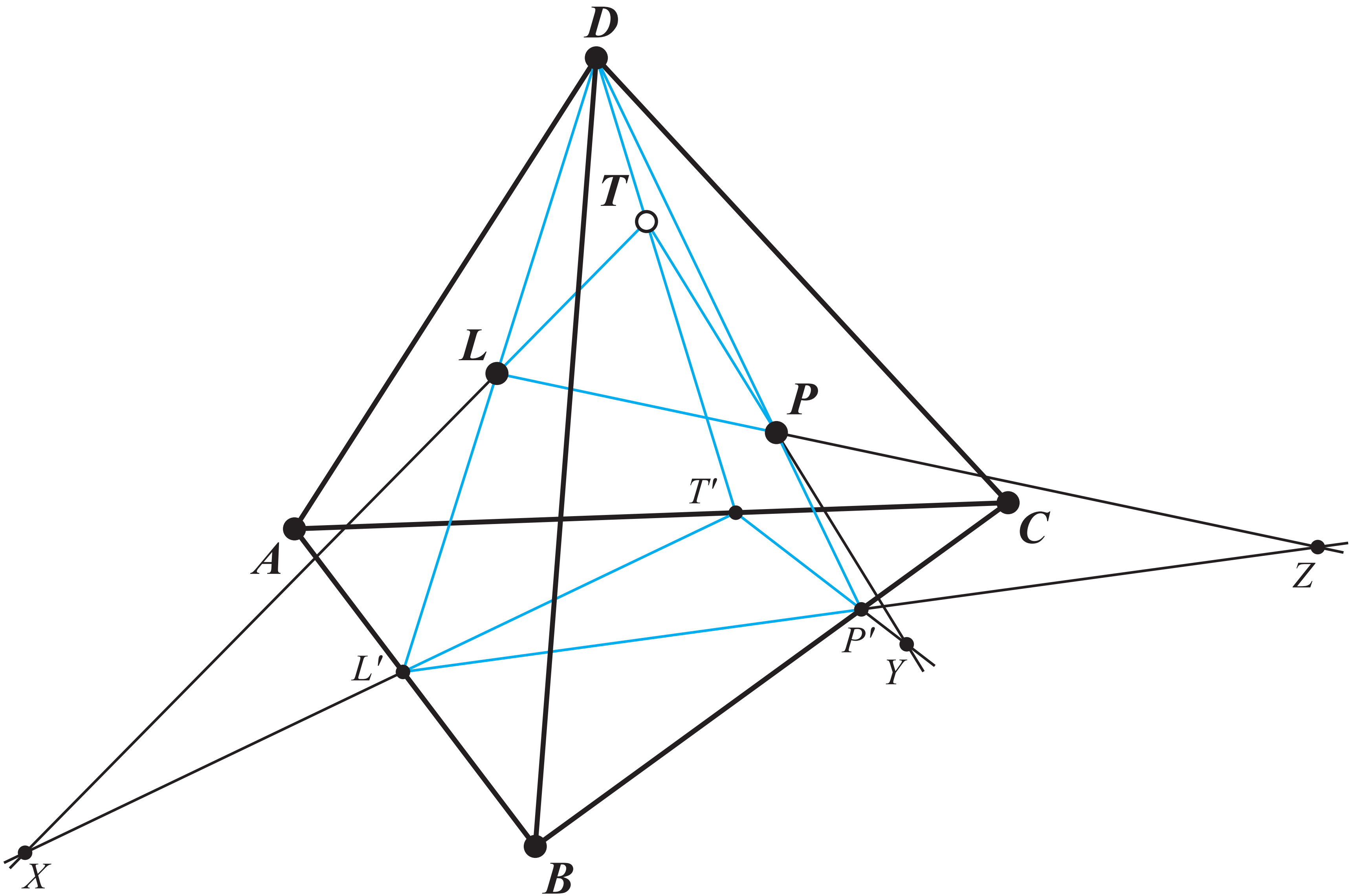
więc chciały zobaczyć, jak ta ich płaszczyzna przecięłaby czworościan.

Ale nie mogły wymyślić, jak to zbadać,



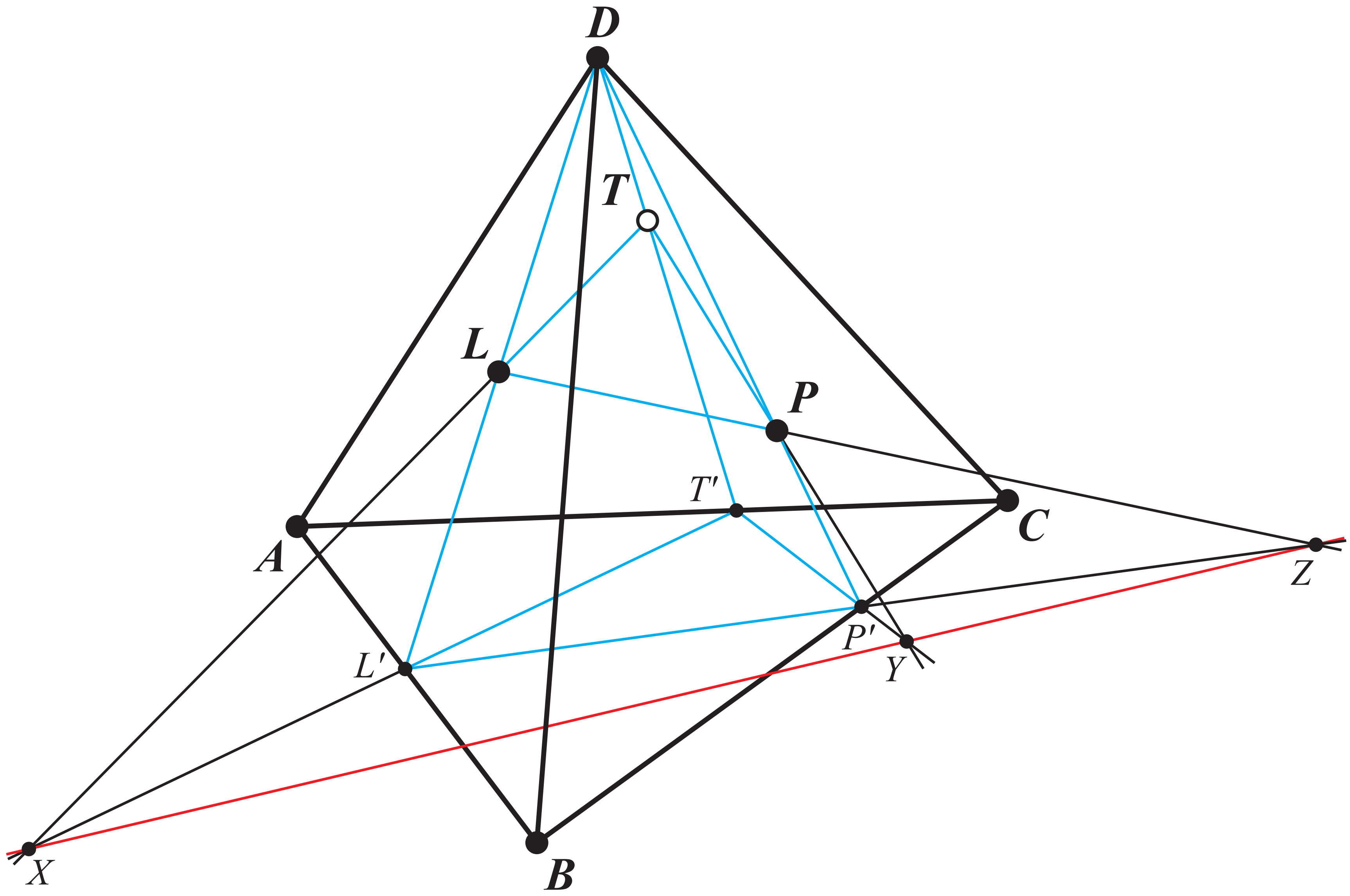
więc z rozpaczy zsunęły się po ścianie na podstawę

i w parach zbadały, co mają wspólnego ich położenia przed



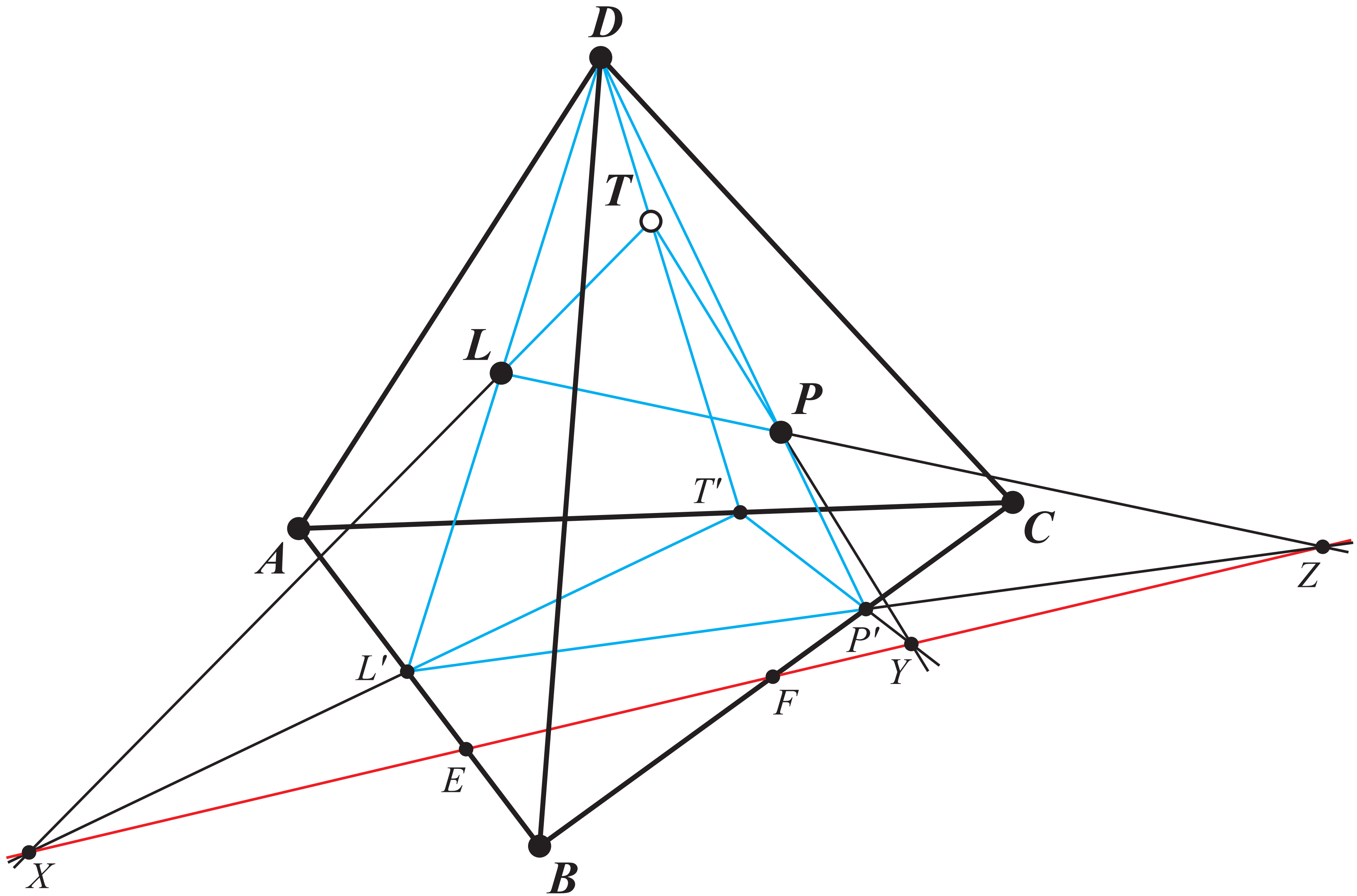
i po zsunięciu – tak powstały punkty X, Y i Z.

Ku ich zdumieniu, okazało się, że leżą one na jednej prostej.



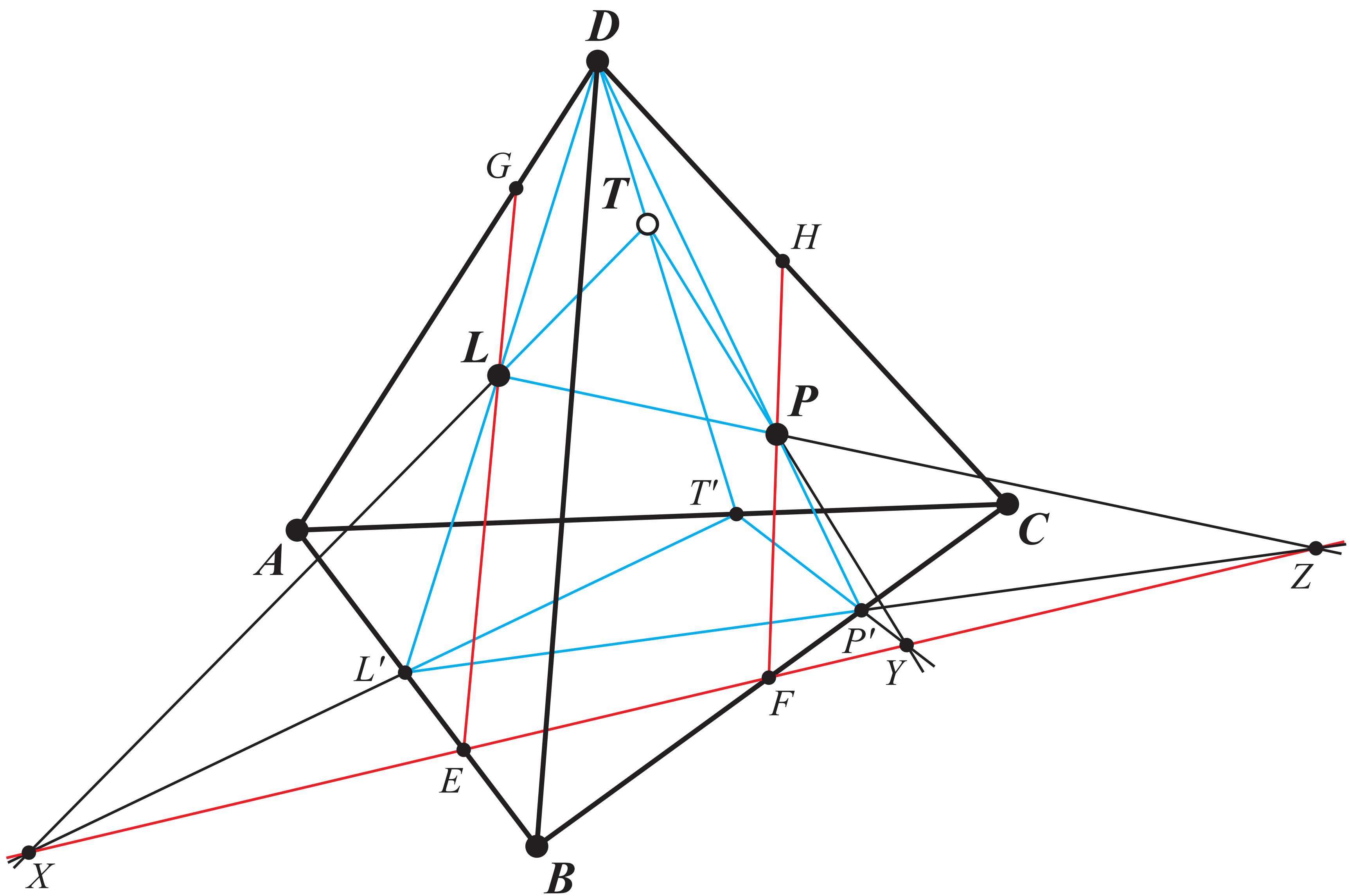
Czy tak musiało być?

Prosta XYZ przecięła podstawę w punktach E i F



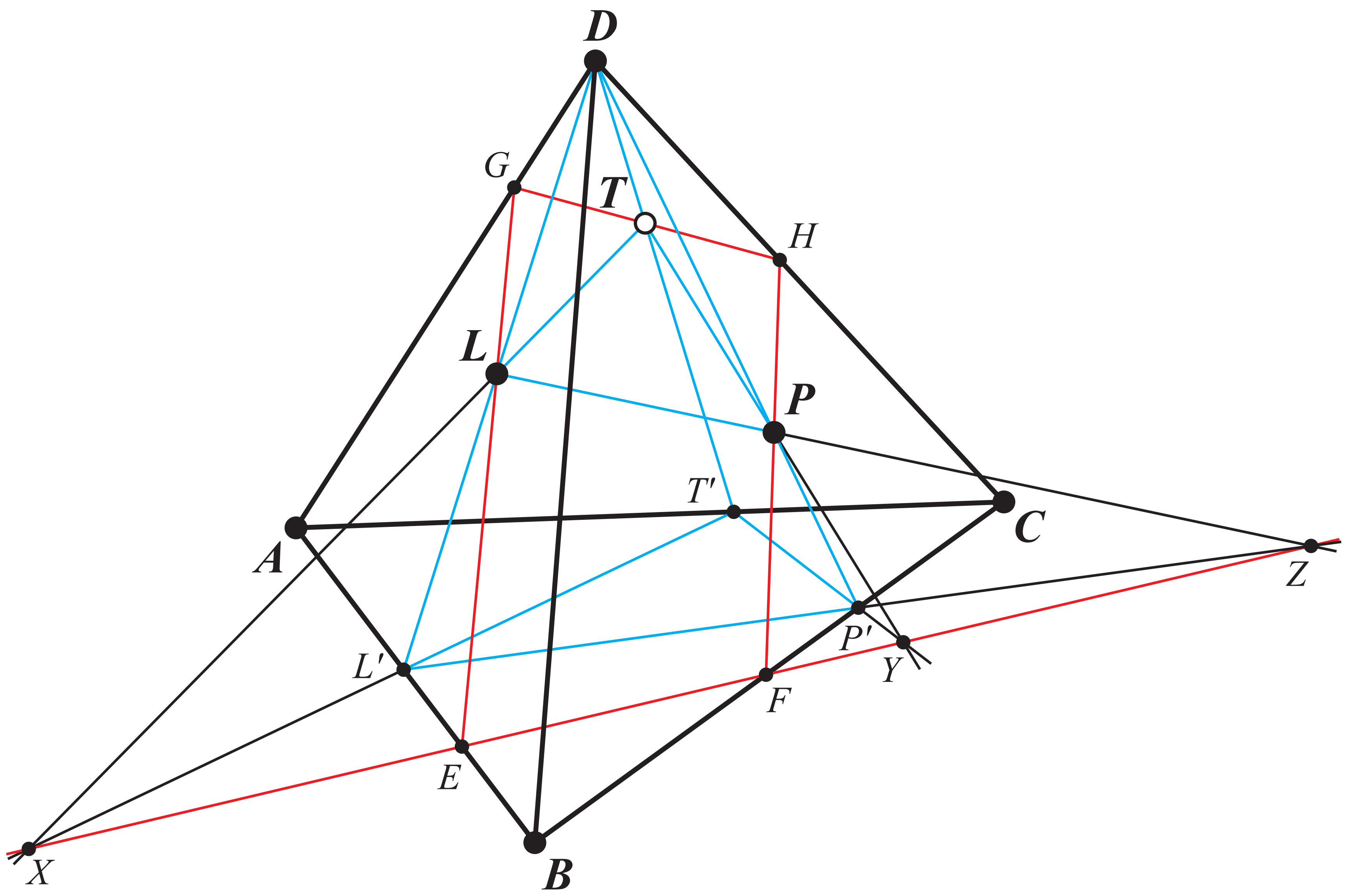
chociaż nie musiała!

Ale skoro punkty E i F się znalazły



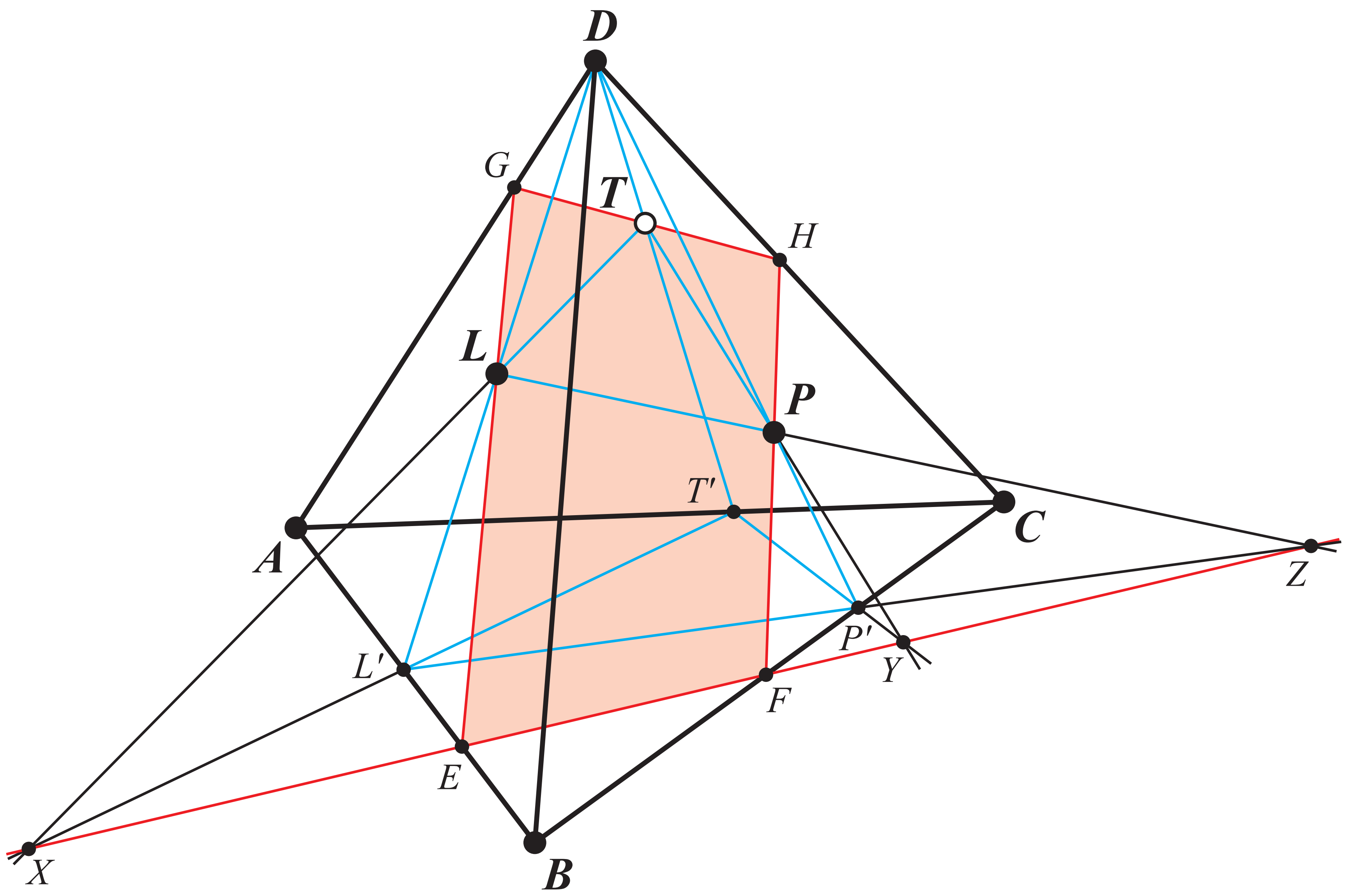
można je połączyć, odpowiednio, z L i P – **po co?**

I okazało się, że T oraz uzyskane punkty G i H



leżą na jednej prostej (znów: przypadek, czy konieczność?).

I tak przecięcie czworościanu $ABCD$ płaszczyzną LPT



zostało znalezione!

UWAGA I

Warto zwrócić uwagę na to, jakie własności prostych i płaszczyzn były potrzebne, by znaleźć to przecięcie.

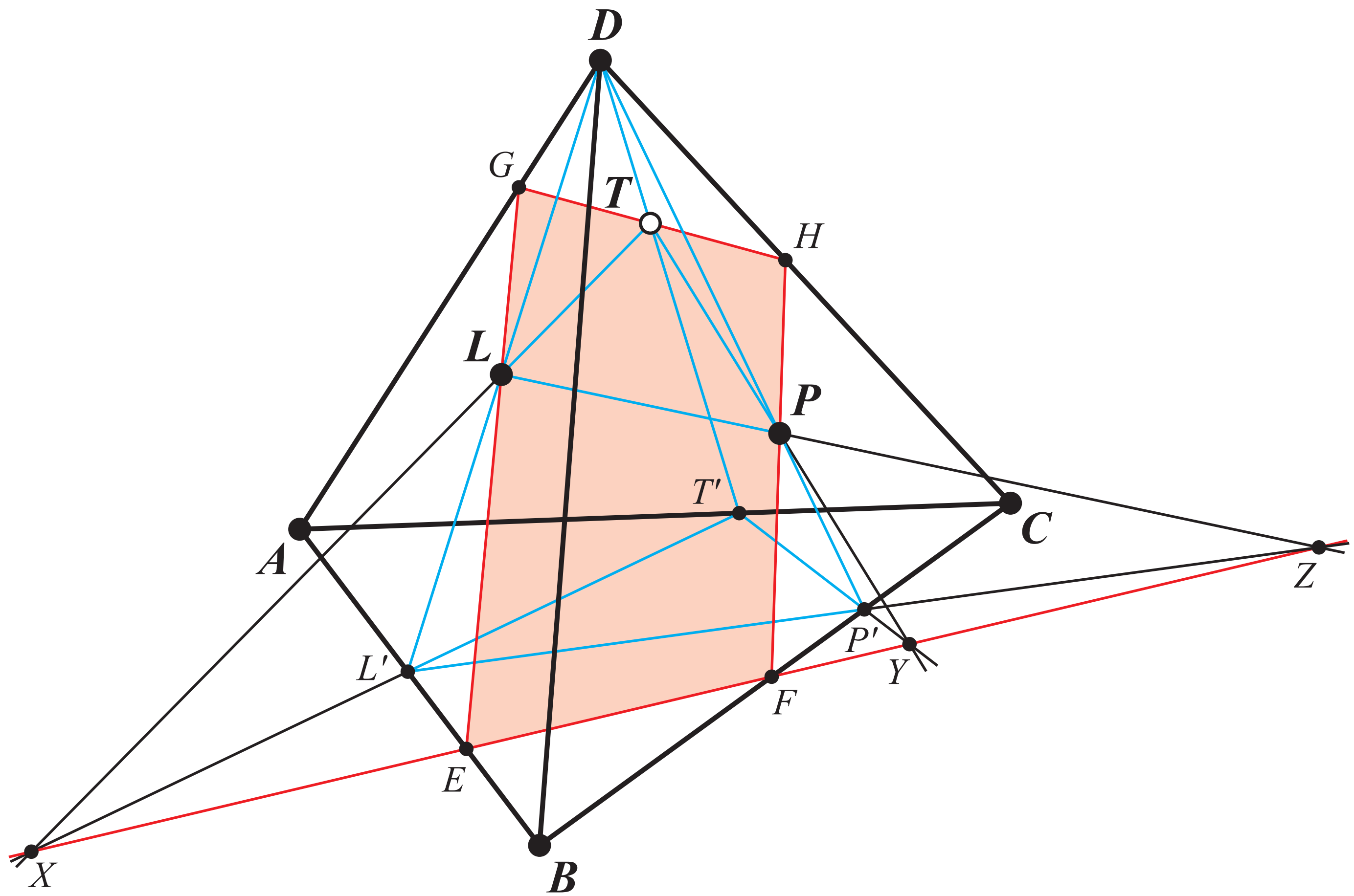
*Dwie nierównoległe proste przecinają się
wtedy i tylko wtedy, gdy leżą na jednej płaszczyźnie.*

*Dwie nierównoległe płaszczyzny
przecinają się wzdłuż prostej.*

I już!

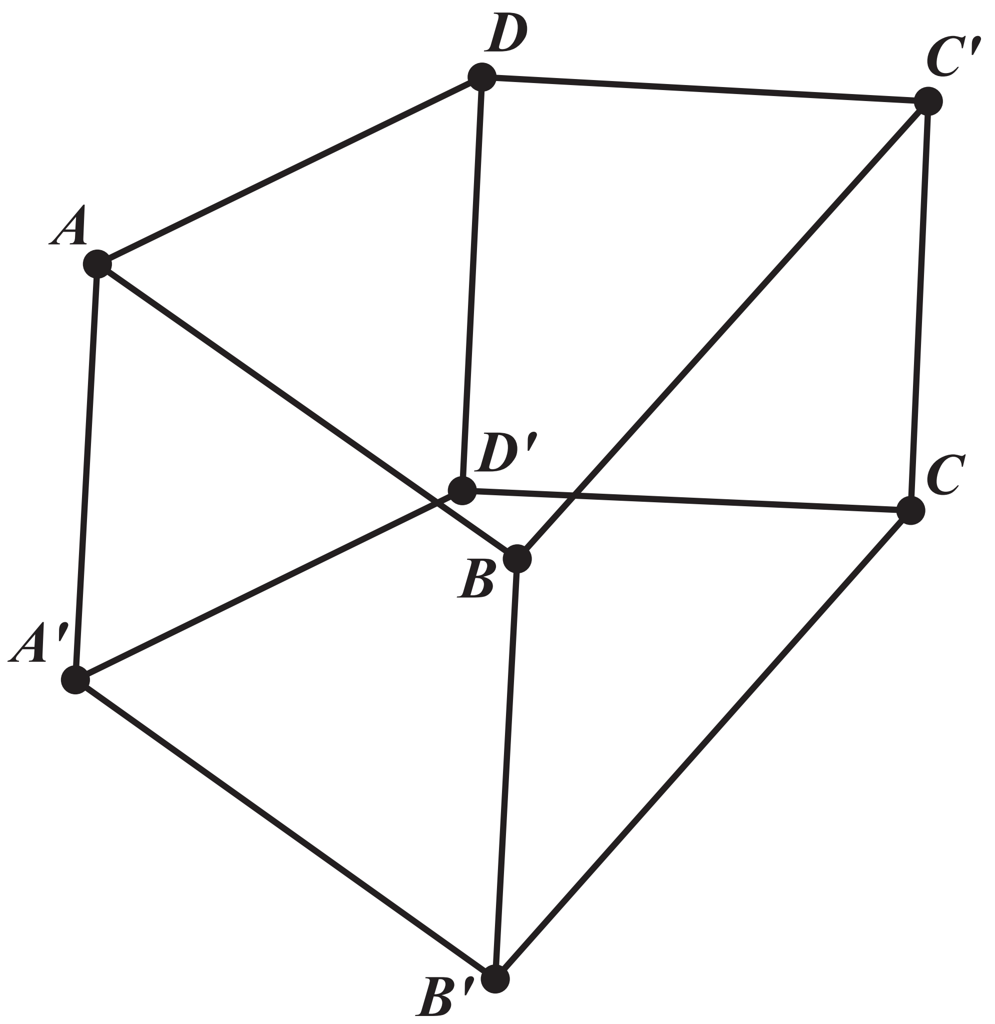
UWAGA II

Można było konstrukcję poprowadzić oszczędniej,



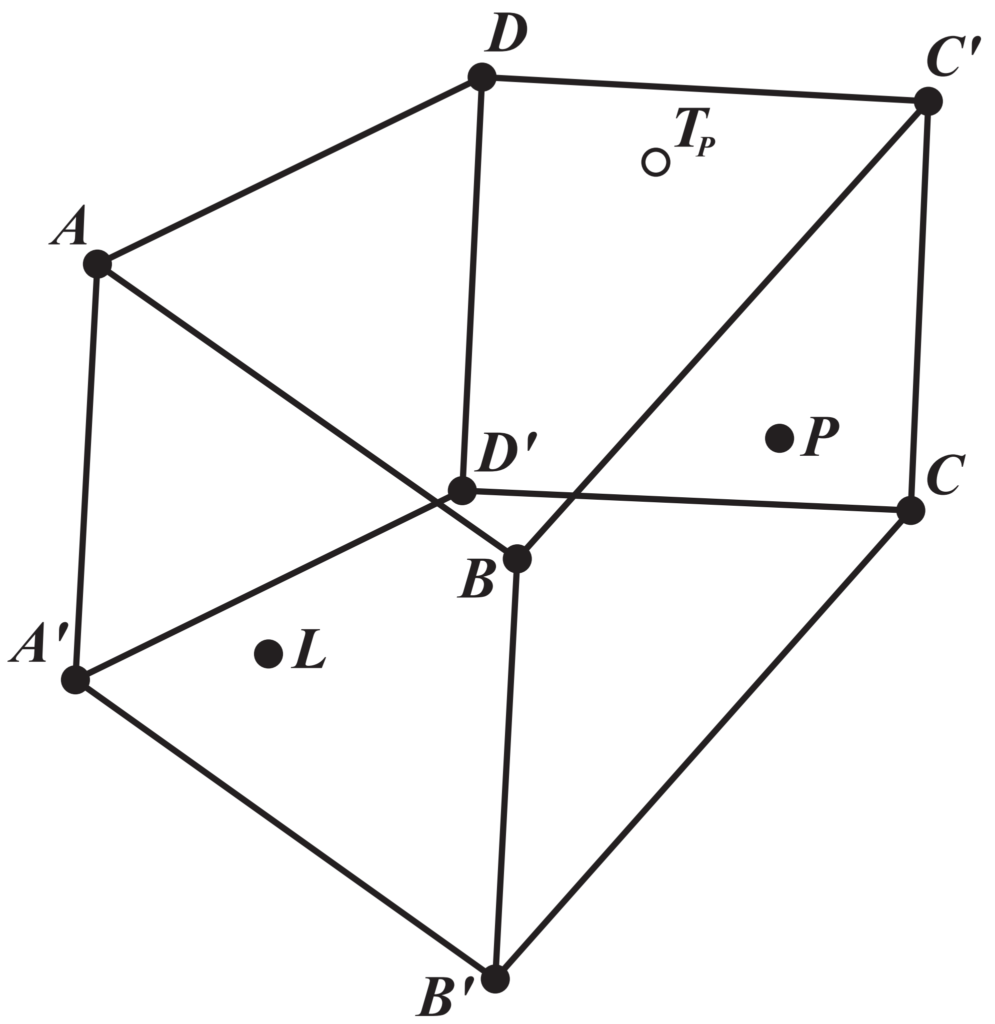
np. niepotrzebne były punkty Z *i* F.

Przećwiczmy to jeszcze raz



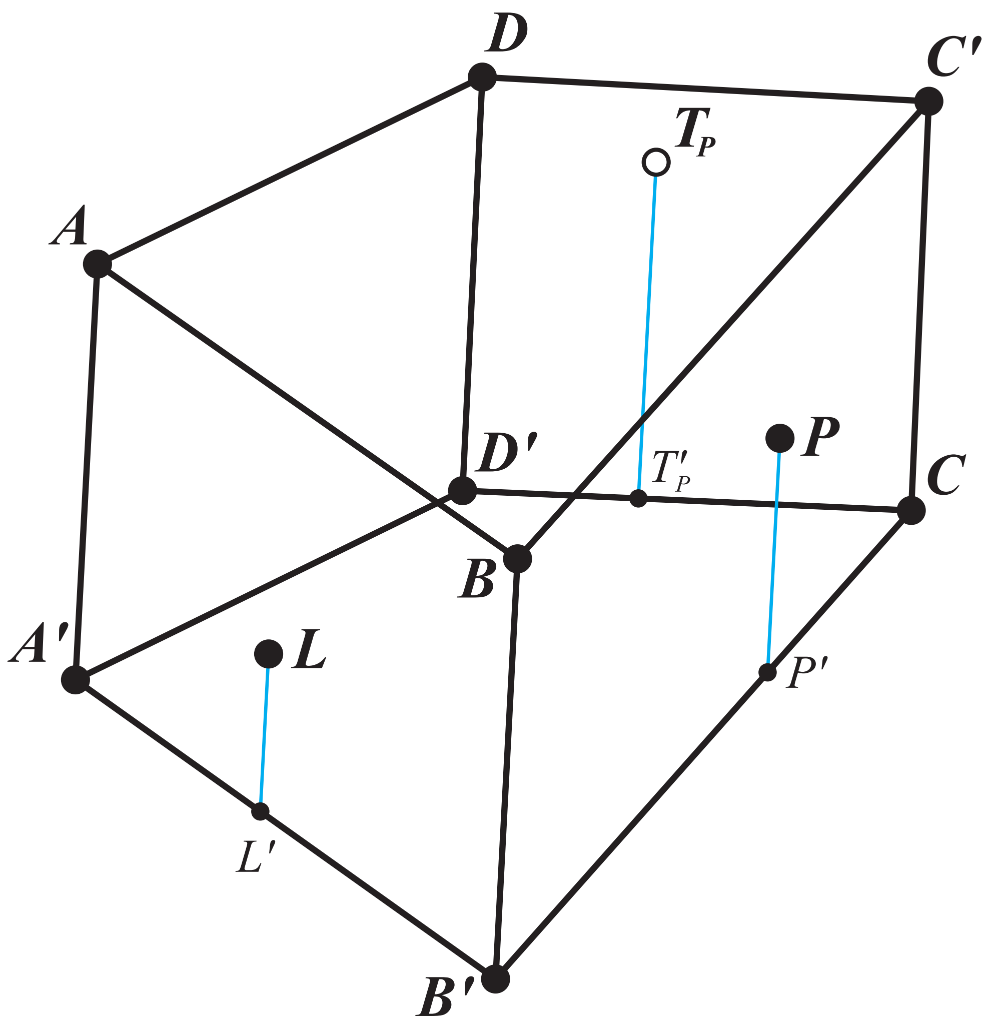
na dość nieregularnym graniastosłupie czworokątnym.

Zaprośmy punkty trzy



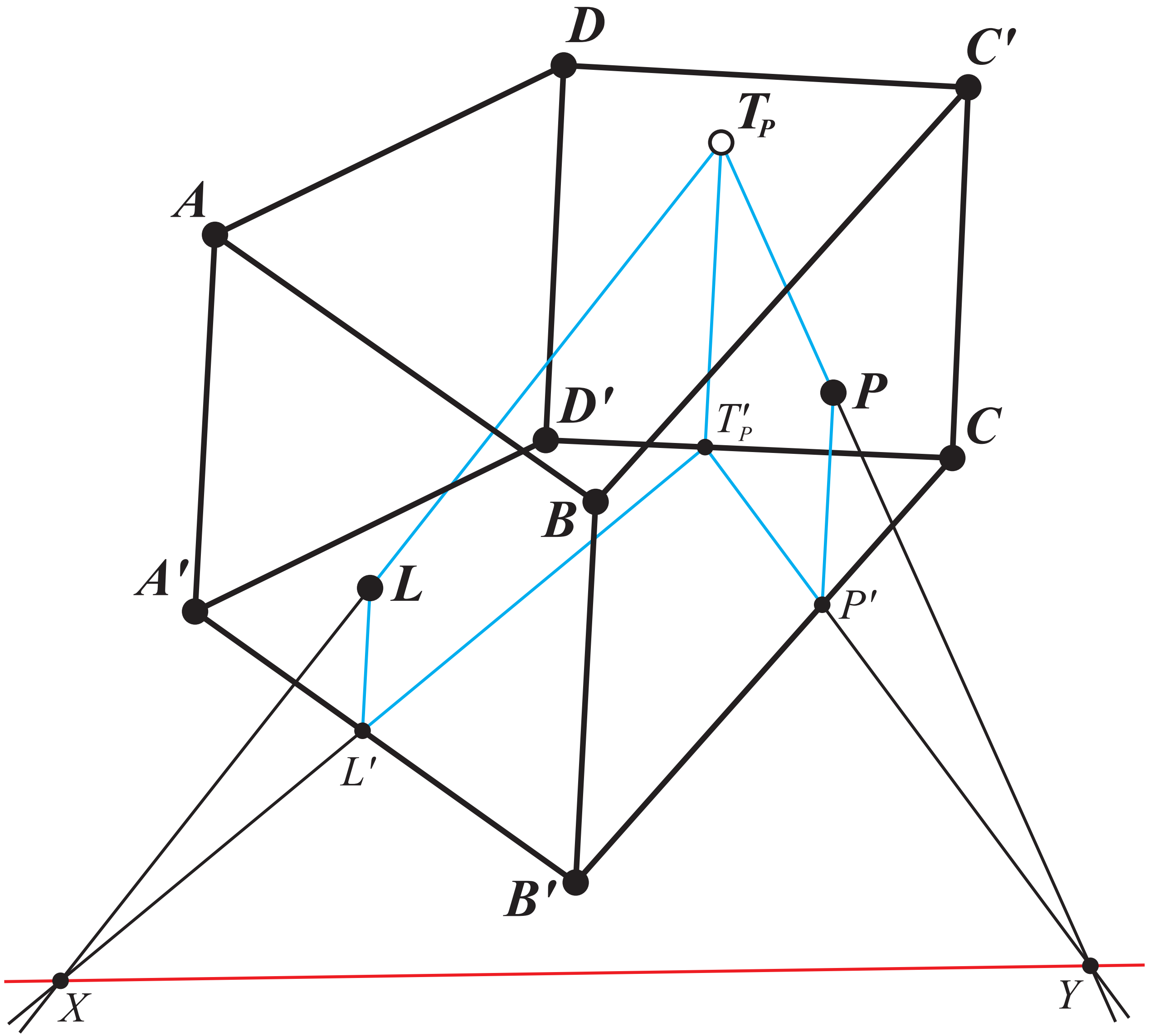
– L **i** P **jak poprzednio,** T_p **na tylnej prawej.**

Spadamy na dolną podstawę



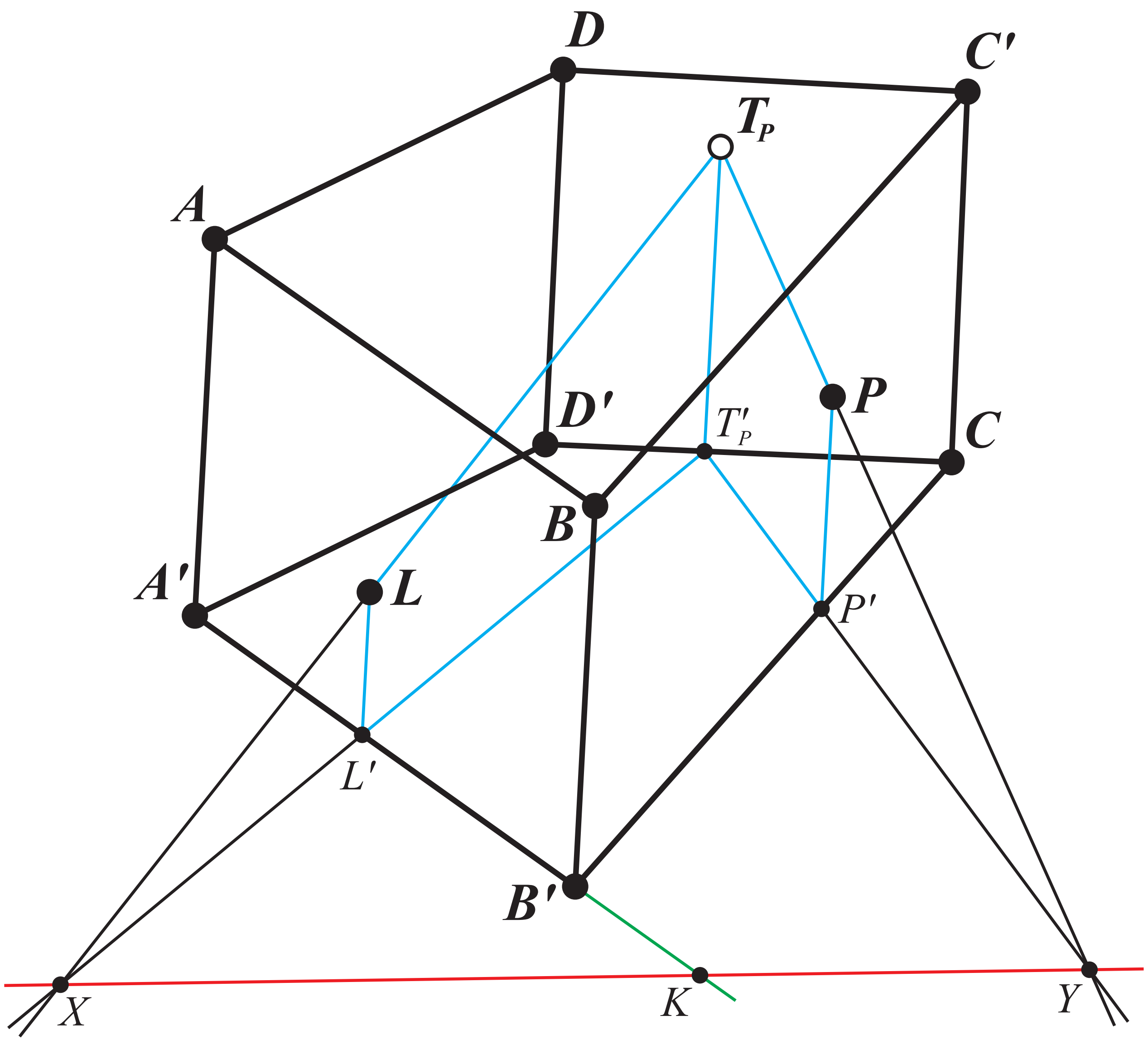
równolegle do AA' (nie wiemy, czy jest prostopadła do podstawy!).

Znajdujemy punkty X i Y



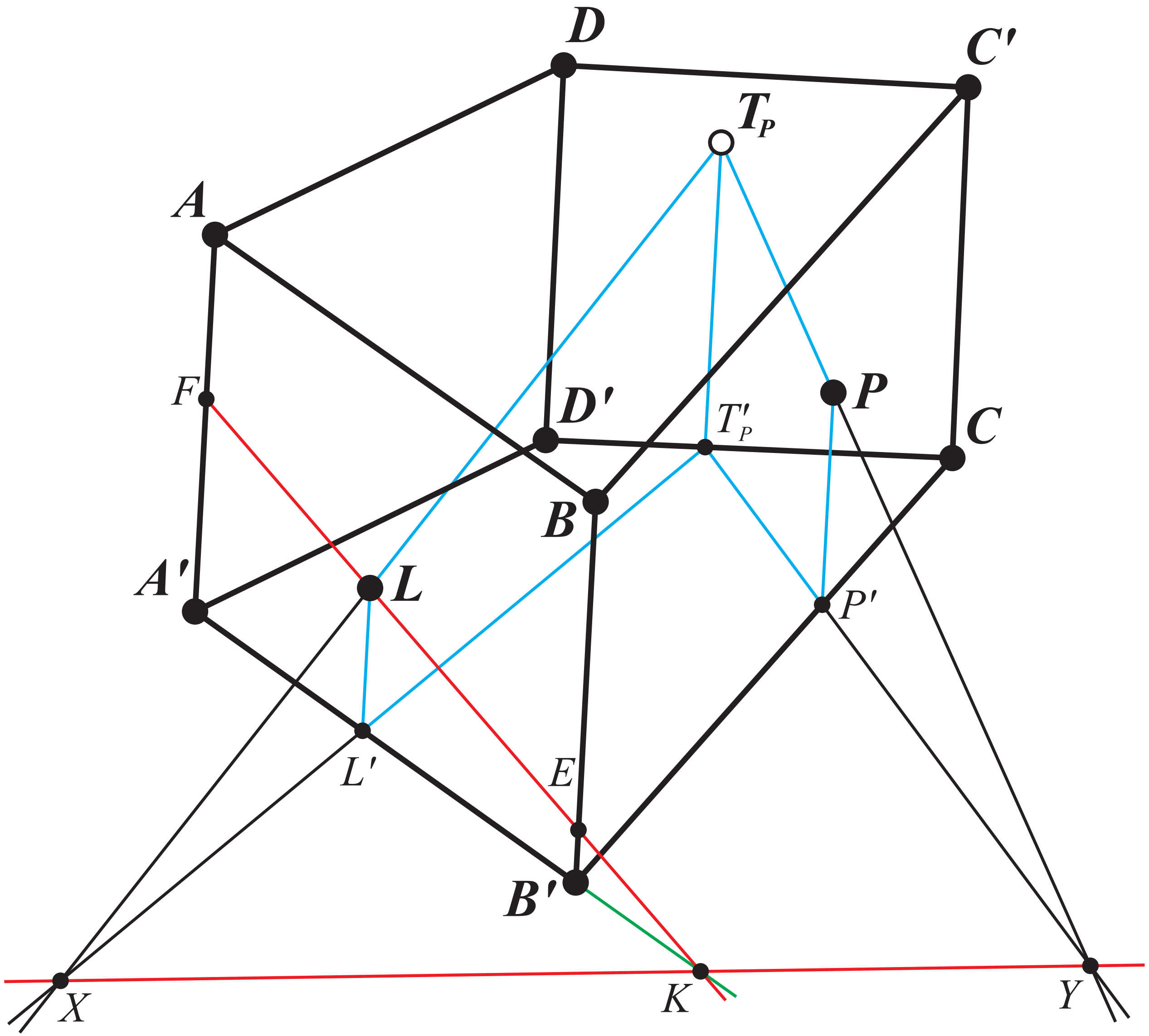
– tym razem XY nie przecina podstawy!

Ale przecież zamiast przecięcia z krawędzią



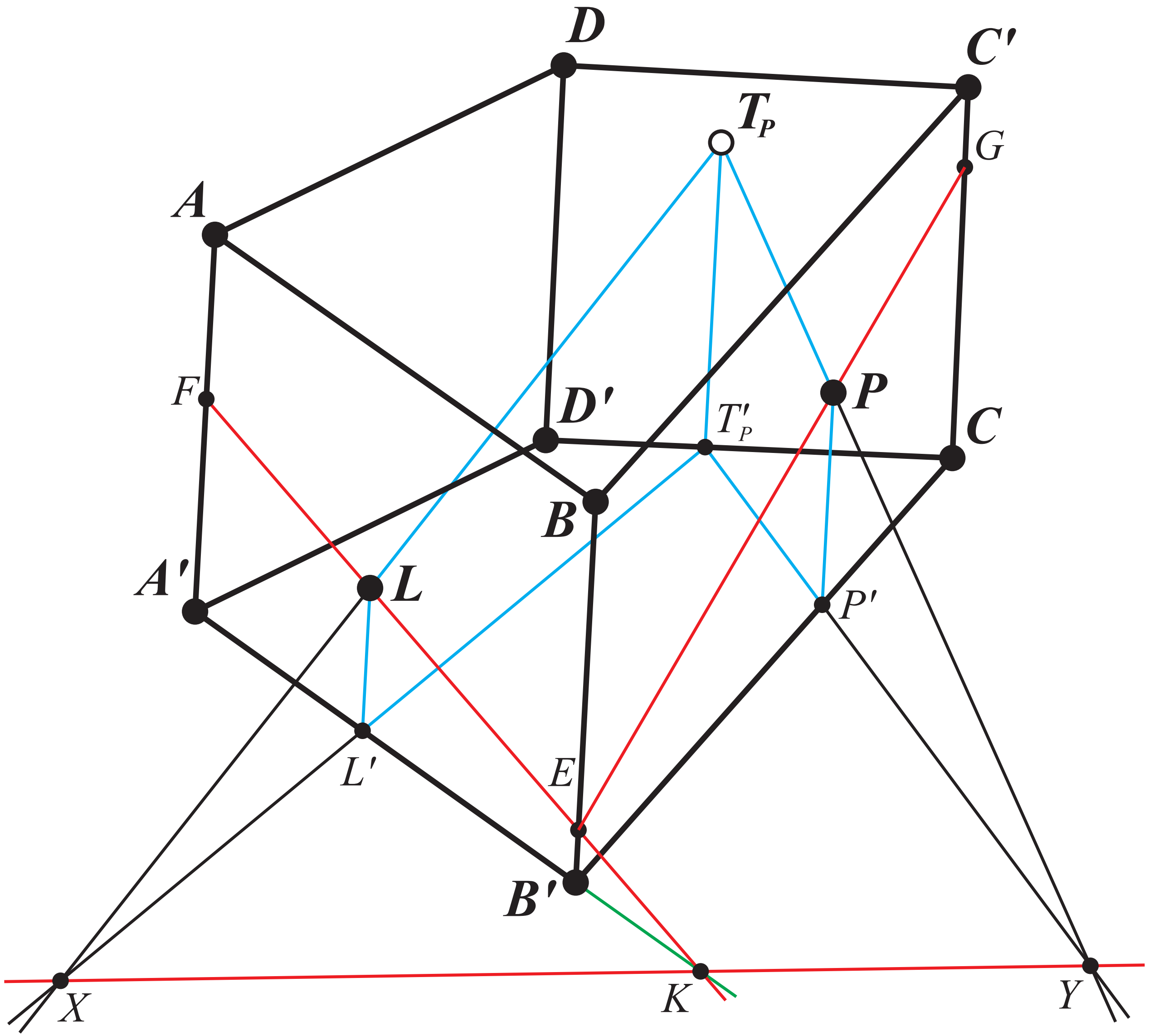
można użyć przecięcia z jej przedłużeniem.

Łącząc K z L



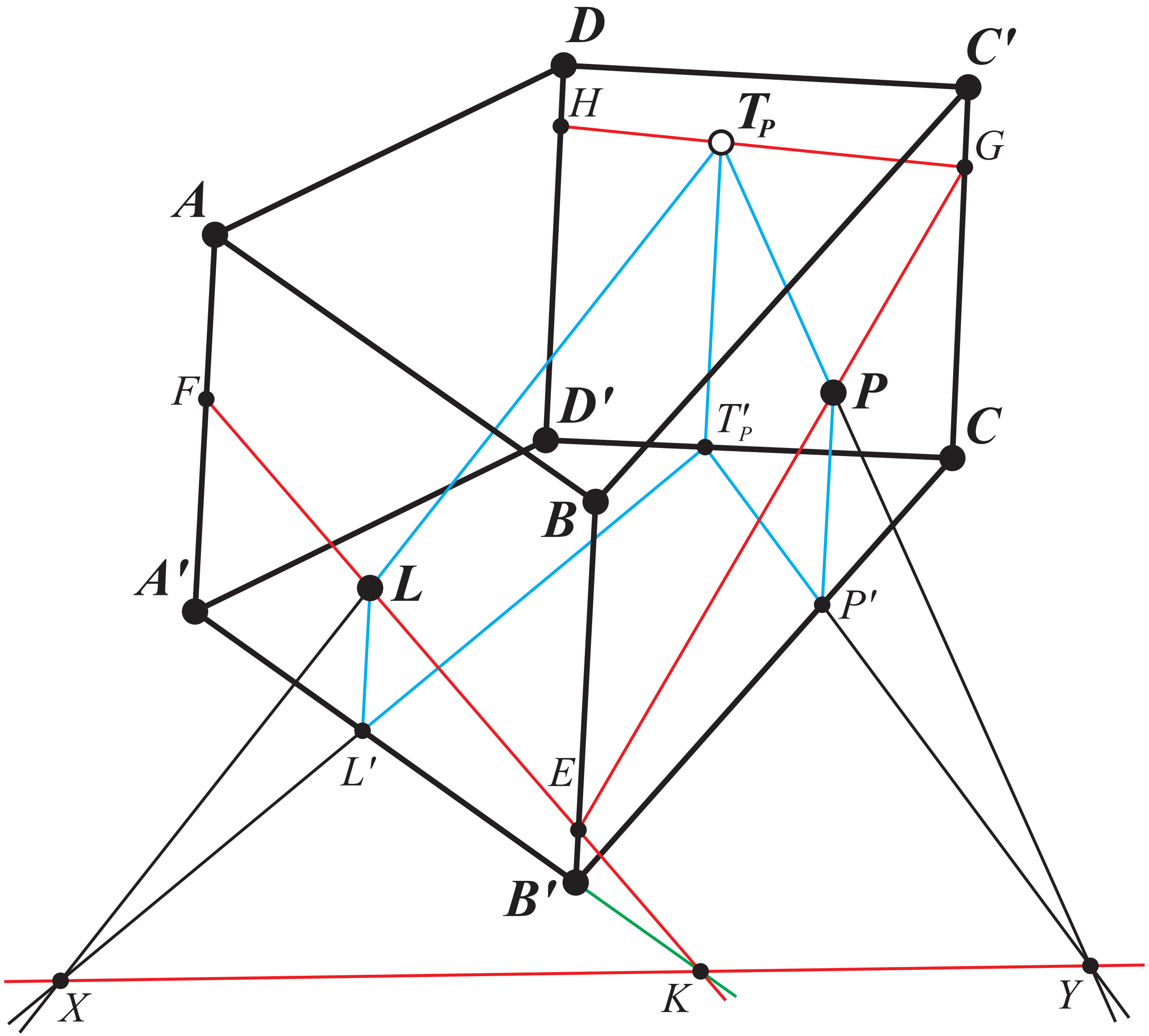
otrzymujemy pierwszą krawędź przekroju – EF.

Łącząc E z P



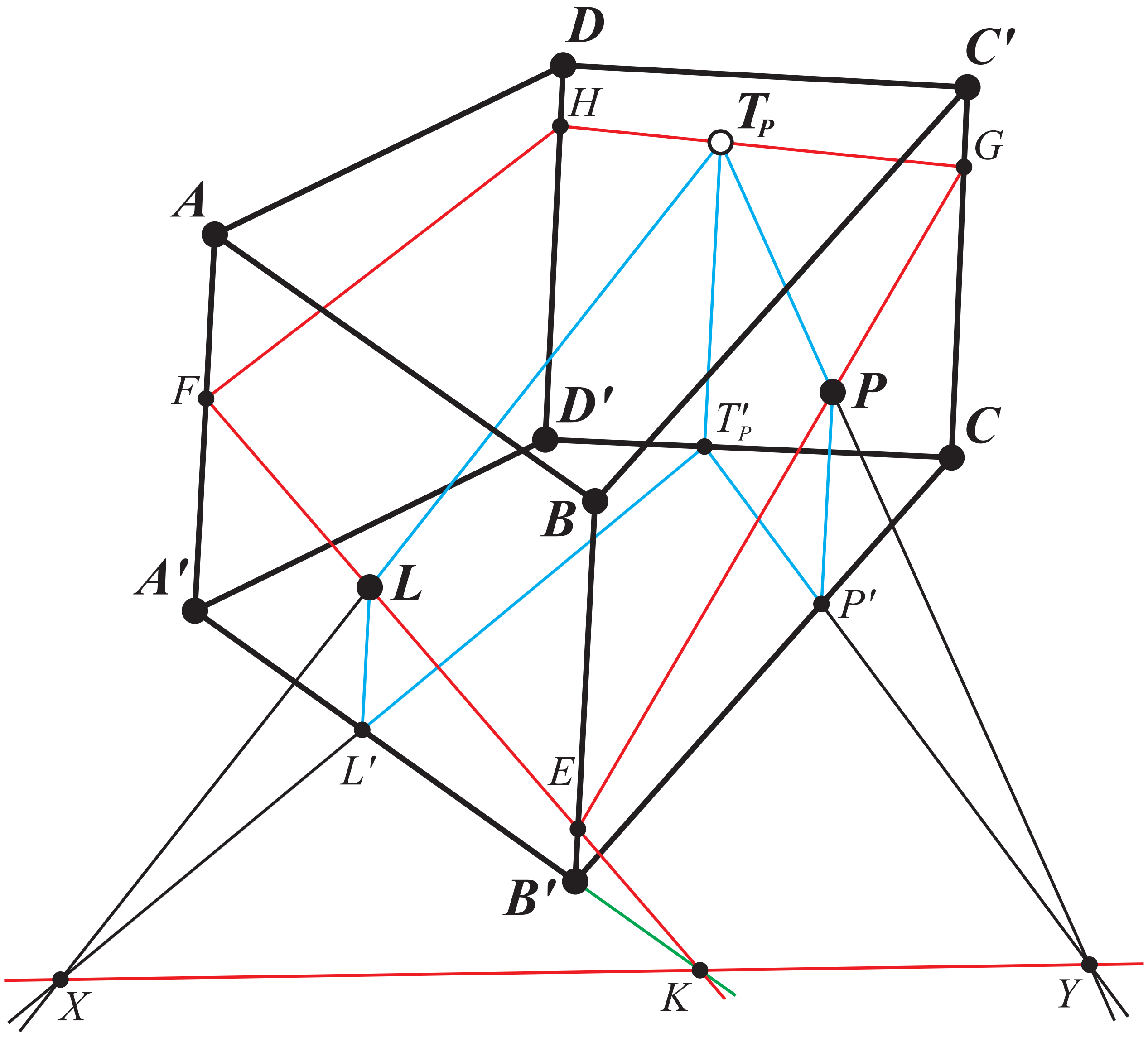
otrzymujemy drugą – EG,

i dalej, łącząc G z T_p



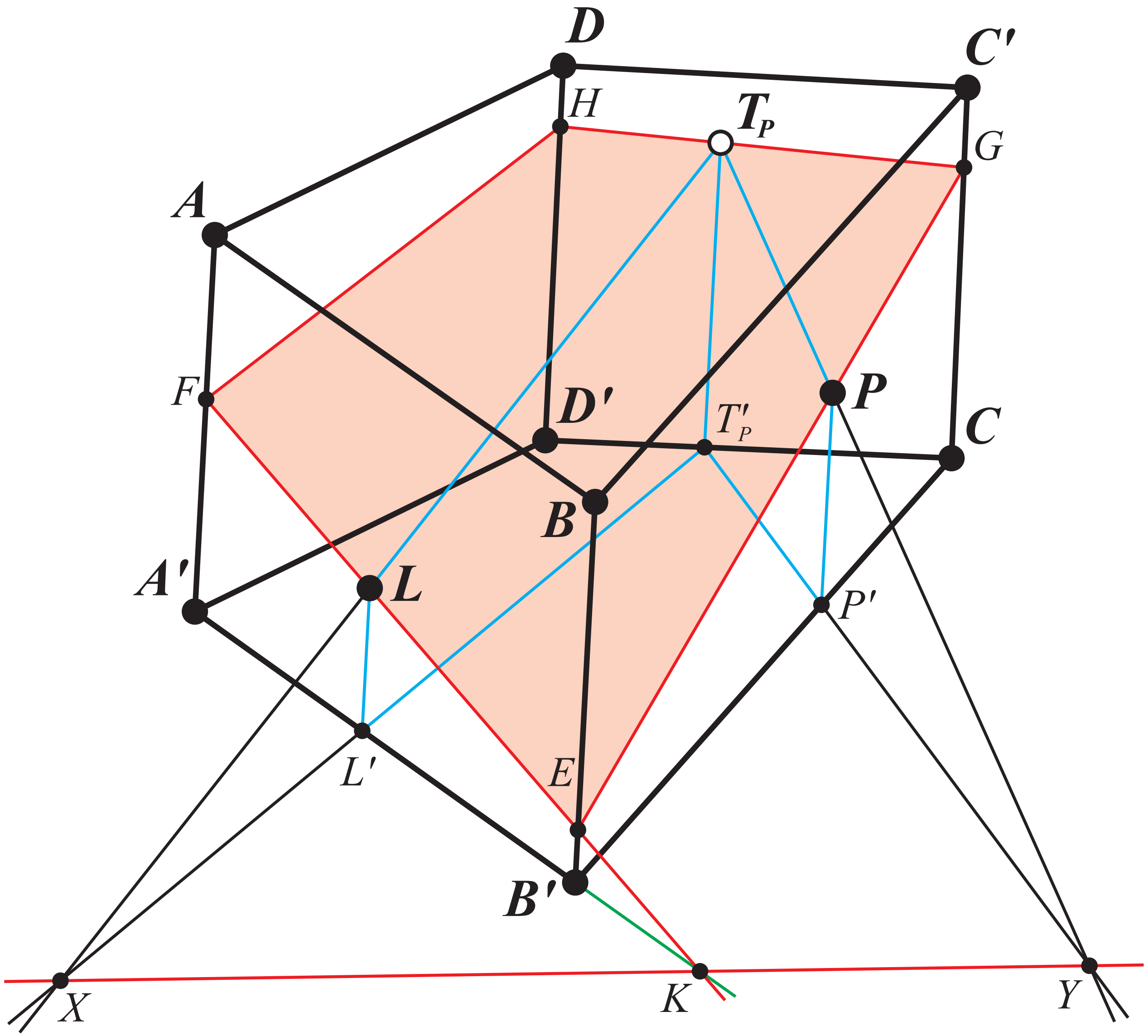
otrzymujemy GH.

Ponieważ F i H leżą na jednej ścianie,



więc i łączący je odcinek,

Co kończy szukanie przekroju,



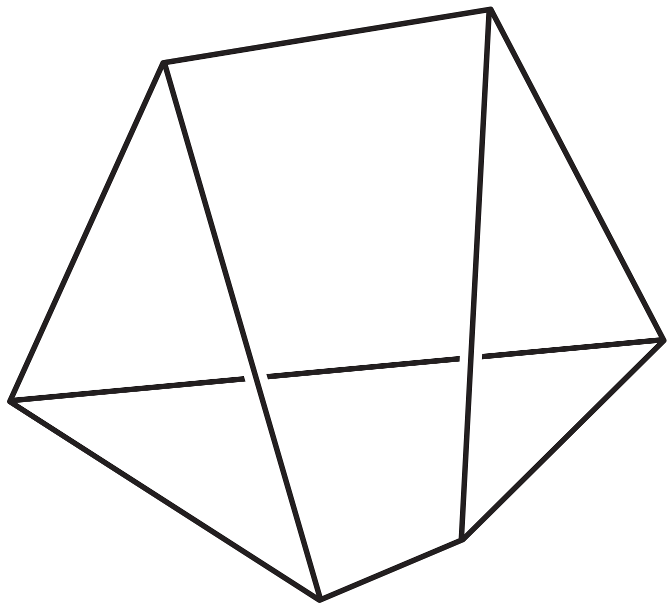
okazał się on też czworokątem (a były inne możliwości?).

Wbrew pozorom szukanie przekrojów przez dane trzy punkty jest zadaniem trudnym, o czym należy przekonać się samemu, np. dając takie zadanie swemu wybitnie zdolnemu koledze.

Powstaje pytanie, czy koniecznie trzeba to ćwiczyć jedynie na ostrosłupach i graniastosłupach

(i dodajmy: wielościanach foremnych).

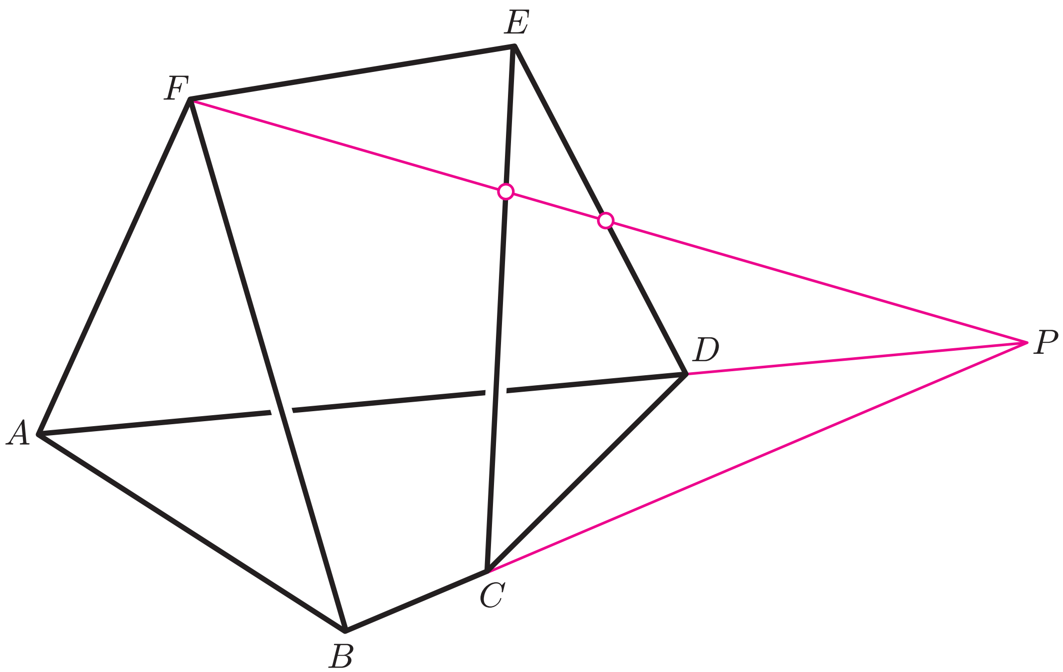
Okazuje się, że tak. A oto powód:



Okazuje się bowiem, że

rysunek krawędziowy przedstawia wielościany tylko wyjątkowo

– podany przykład wielościanu nie przedstawia.



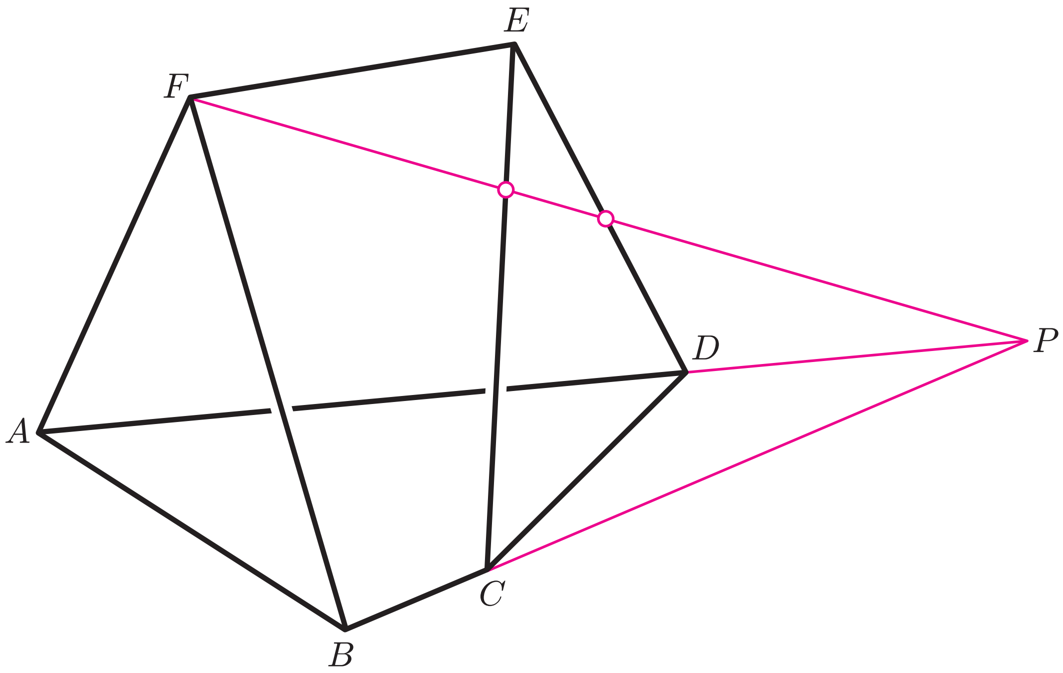
Jak widać nasza lista zasad zachowania się płaszczyzn nie była kompletna – brakowało, na przykład, stwierdzenia

Przecięcie trzech płaszczyzn to albo zbiór pusty, albo jeden punkt, albo prosta, albo płaszczyzna.

Jak widać nasza lista zasad zachowania się płaszczyzn nie była kompletna – brakowało, na przykład, stwierdzenia

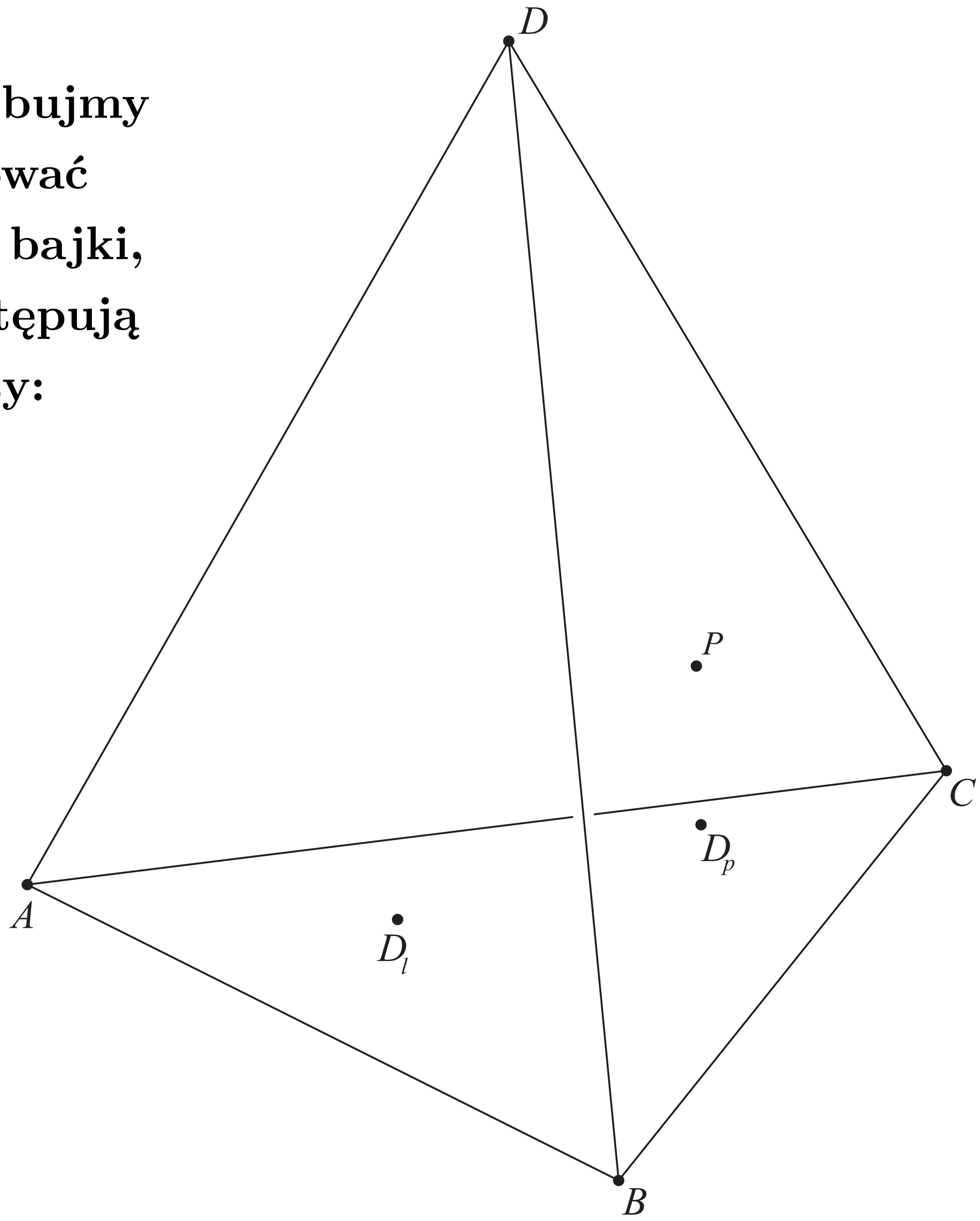
Przecięcie trzech płaszczyzn to albo zbiór pusty, albo jeden punkt, albo prosta, albo płaszczyzna.

Tutaj rysunek przedstawiałby wielościan,

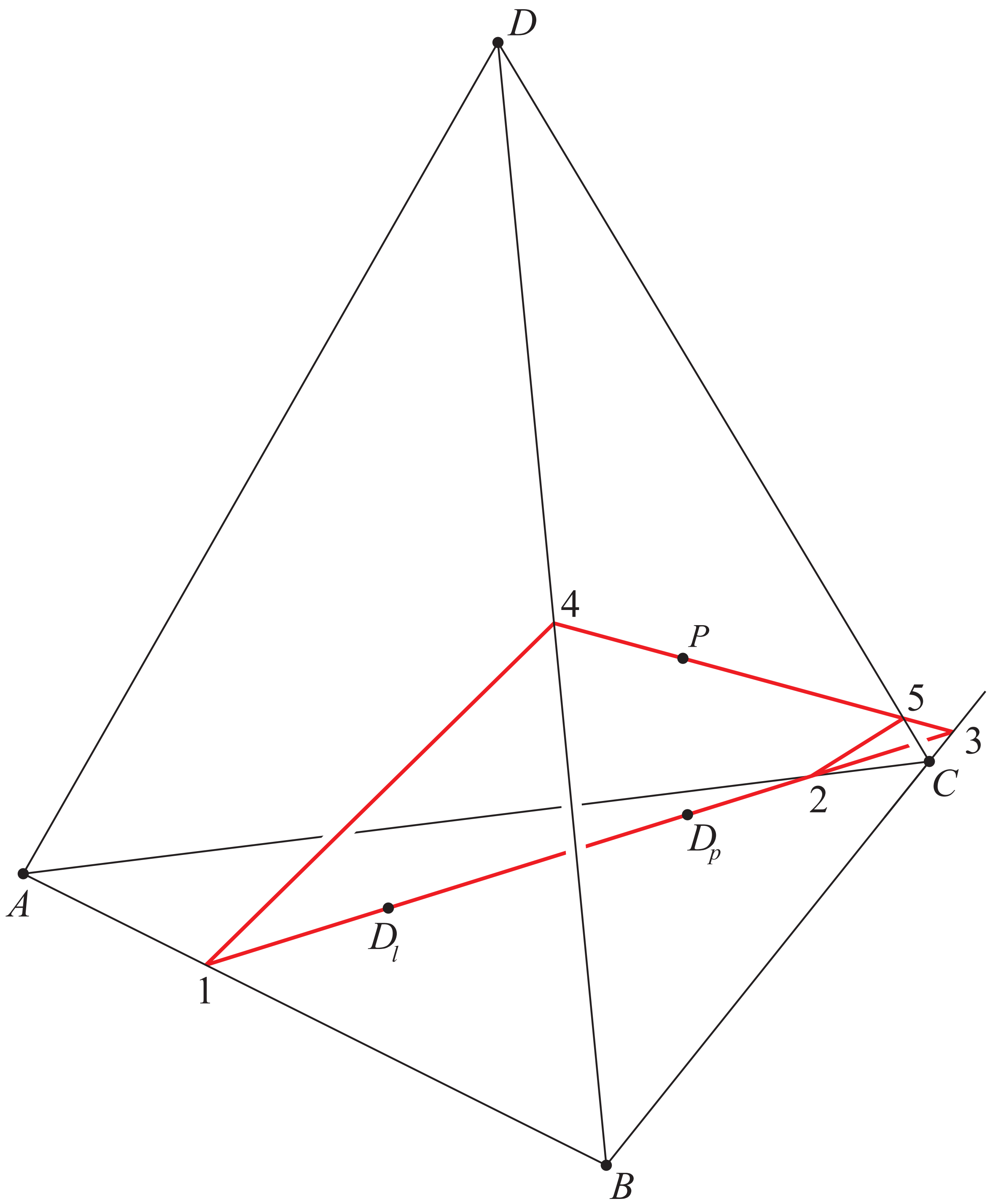


gdyby punkt E leżał na odcinku FP.

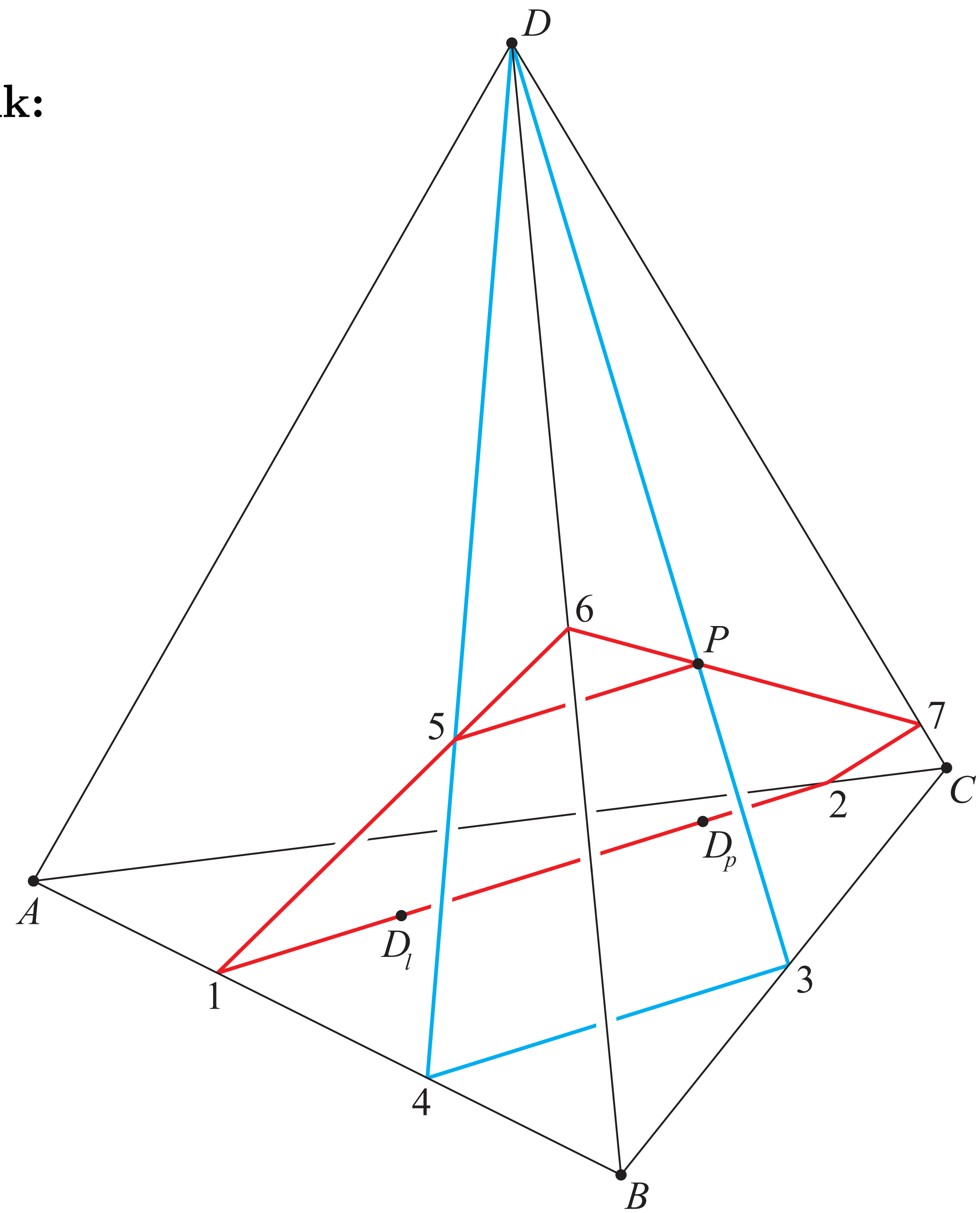
To teraz spróbujmy razem narysować ilustrację dla bajki, w której występują te trzy punkty:



Można tak:



A można i tak:



Jak widać, lista zasad powinna być powiększona o zdanie

Dowolne dwie proste równoległe
leżą na jednej płaszczyźnie.

Jak widać, lista zasad powinna być powiększona o zdanie

*Dowolne dwie proste równoległe
leżą na jednej płaszczyźnie.*

Ale czy to już wszystko?

POLECAM DALSZE BADANIA!