

# KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika)

(szkoła podstawowa 2018/19)

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego,

Fundacja Matematyków Wrocławskich,

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu,

Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, uczennica V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!  
Odpowiedzi należy wpisać w pozostawione przy pytaniach miejsca. Czas pracy to 45 minut. Powodzenia!

.....  
imię i nazwisko, klasa (poziom)

.....  
nazwa szkoły (z miejscowością)

## **Zad. 0 (16 pkt)**

W każde pole wpisz najmniejszą liczbę naturalną, której iloczyn cyfr jest równy danemu  $n$ , albo kreskę, jeśli takich liczb nie ma.

$n =$	36	77	100	1000
odp.:				

## **Zad. ½ (16 pkt)**

W każde pole wpisz, ile jest naturalnych liczb 3-cyfrowych o iloczynie cyfr równym danemu  $n$ .

$n =$	9	15	20	100
odp.:				

**Zad. 1 (18 pkt)** Komputer K-2019 znajduje „ostateczną sumę cyfr” podanej mu liczby  $k$  w następujący sposób: sumuje cyfry  $k$  i jeśli wynik ma więcej niż jedną cyfrę, znajduje jego sumę cyfr itd., aż otrzyma liczbę jednocyfrową. Obliczenie w ten sposób ostatecznej sumy cyfr liczby 99 wymaga dwóch obliczeń sumy cyfr: kolejno  $9+9=18$  i  $1+8=9$ .

a) Podaj najmniejszą liczbę, przy której K-2019 wykona 3 obliczenia sumy cyfr. ....

b) Podaj najmniejszą liczbę, przy której K-2019 wykona 4 obliczenia sumy cyfr. ....

c) Ile najwięcej obliczeń sumy cyfr może wykonać K-2019 przy obliczaniu ostatecznej sumy cyfr liczby 10-cyfrowej? .....

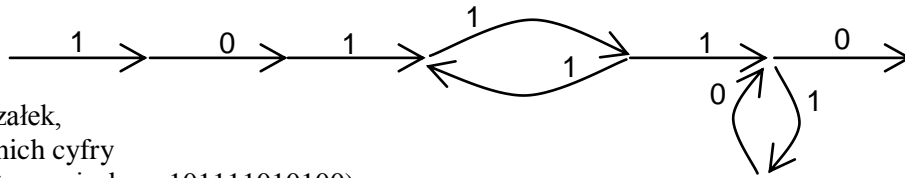
**Zad. 2 (16 pkt)**

Milczący Leniwiec

przeszedł graf wzdłuż strzałek,

wypisując napisane przy nich cyfry

(czyli mogło się okazać, że wypisał np. 101111010100).



Ile cyfr musiał co najmniej wypisać, jeśli było wśród nich 10 jedynek? .....

A jeśli było wśród nich 11 jedynek? .....

**Zad. 3 (16 pkt)**

Komputer po otrzymaniu dwóch liczb całkowitych dodatnich odejmuje mniejszą od większej tak długo, dopóki się nie zrównają. Np. dla liczb 6 i 16 wykona 4 odejmowania: 16-6, 10-6, 6-4 i 4-2 (wtedy obie liczby są równe 2, więc kończy działanie).

Ile odejmowań wykona komputer, jeśli podać mu liczby

2019 i 1: .....

2019 i 10: .....

2019 i 101: .....

123 i 1234: .....

**Zad. 4 (18 pkt)**

Na stole leży 100 monet, z czego 99 odwróconych jest do góry reszką, a jedna orłem. Co sekundę  $n$  monet jednocześnie odwraca się w magiczny sposób na drugą stronę. Ile sekund musi co najmniej minąć, żeby wszystkie odwrócone były reszką, przy:

$n = 5$  .....

$n = 7$  .....

A jeśli co sekundę odwraca się pięć lub siedem monet

(niezależnie od tego, ile odwróciło się sekundę wcześniej)? .....

**Zad. dodatkowe**

(tylko dla rozstrzygnięcia ew. remisów laureatów). Ile cyfr ma iloczyn  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 33$ ? .....

# KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika)

(szkoła podstawowa 2018/19)

odpowiedzi (**pogrubione**) i schemat oceniania

**Zad. 0 (4·4 pkt)**

$n =$	36	77	100	1000
odp.:	<b>49</b>	–	<b>455</b>	<b>5558</b>

UWAGA: pod 77 musi być kreska. Za puste pole nie przyznajemy pktów!

**Zad. ½ (4·4 pkt)**

$n =$	9	15	20	100
odp.:	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>3</b>

**Zad. 1 (3·6 pkt)** a) **199**

b) **1999...9 (22 dziewiątki)**

UWAGA: uznajemy dowolny inny zapis tej liczby (np.  $2 \cdot 10^{22} - 1$ ).

c) **3**

**Zad. 2 (2·8 pkt)**

Ile cyfr musiał co najmniej wypisać, jeśli było wśród nich 10 jedynek? **12**

A jeśli było wśród nich 11 jedynek? **14**

**Zad. 3 (4·4 pkt)** 2019 i 1: **2018**

2019 i 10: **210**

2019 i 101: **119**

123 i 1234: **43**

**Zad. 4 (3·6 pkt)**

$n = 5$  **3**

$n = 7$  **3**

A jeśli co sekundę odwraca się pięć lub siedem monet

(niezależnie od tego, ile odwróciło się sekundę wcześniej)? **3**

**Zad. dodatkowe** (tylko dla rozstrzygnięcia ew. remisów laureatów

– **proszę nie sprawdzać!**) Ile cyfr ma iloczyn  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 33$ ? **19**