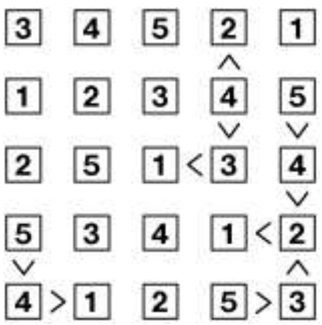
Zadanie 1 (7 punktów) **Mniejszość na scenie**

Jeśli rozmieścimy 40 uczniów, którzy wolą teatr, trójkami do 13 namiotów i jednego ucznia gdzie indziej, to otrzymamy 13 scen teatralnych i tylko **7 przedstawionych piosenek.**

Lecz jeśli umieścimy w każdym z 20 namiotów dwóch uczniów, którzy lubią teatr, to w każdym namiocie będzie więcej uczniów, którzy lubią śpiewać i na pożegnalnym wieczorku **zostanie przedstawionych 20 piosenek.**

Zadanie 2 (5 punktów)
Porządek w pomysłach

Oto jedyne rozwiązanie :



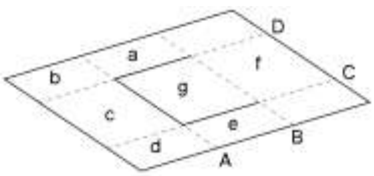
Zadanie 3 (7 punktów) **Oszczędności nie warte świeczki**

Zużyto ogółem 18 mm świeczek, więc dziewięć razy obchodzono urodziny wyrażone dwiema cyframi.
Świeczka 0 nie była użyta, więc żadna cyfra dziesiątek nie zmieniła się w ciągu tych trzech lat.
1 była użyta 3 razy, ale 2 i 0 w ogóle nie były użyte, więc 1 jest liczbą dziesiątek.
Skoro 3 była użyta siedem razy, musiała być użyta 6 razy jako liczba dziesiątek.
Ponieważ jest tylko jedna świeczka z cyfrą 3, żadna z dat uodzin nie może być wyrażona dwiema trójkami , czyli 33.
Jedynym możliwym rozwiązaniem jest więc:
(13, 14, 15 ; 34, 35, 36 ; 35, 36, 37)

Podczas kolejnych urodzin Franciszek zdmuchnie świeczki 1 i 6.

Zadanie 4
(5 punktów) **Pod ręką, nad ręką**

Ponieważ nie da się przełożyć ręki przez otwór, trzeba będzie postarać się przełożyć przez niego kartkę !



- Przełożyć części a,b,c,d,e pod spodem wzdłuż zgięcia B
- Przełożyć części a i b nad g i f wzdłuż zgięcia D, a części d i e nad g i f wzdłuż zgięcia C
- Przełożyć część c na f wzdłuż zgięcia A
- Przełożyć część c na dłoń wzdłuż zgięcia B
- Otworzyć części a i b (zgięcie D) oraz d i e (zgięcie C)
- Przełożyć części b, c i d nad dłonią (zgięcie A)

Istnieją inne sposoby realizacji tego pomysłu.
Przykładowo na You Tube można zobaczyć film video przedstawiający jeden z nich: *http://www.youtube.com/watch?v=k_6L7kQdLPU*

Zadanie 5 (7 punktów) **Kwadratowe pyszności**

Rozwiązanie tego zadania można znaleźć metodą prób i błędów : Niech x będzie liczbą cukierków malinowych, a y liczbą cukierków cytrynowych.
Mamy zatem $14x + 5y = 500$.
Ponadto **x + y** jest **pełnym kwadratem.**
Jeśli **x** i **y** są liczbami całkowitymi,
to **x** musi być wielokrotnością 5.
Istnieją dwa rozwiązania, ale ponieważ w treści zadania sprecyzowano, że są dwa rodzaje cukierków, weźmiemy pod uwagę jedynie drugie.
Jest **20 cukierków truskawkowych i 44 cukierki cytrynowe.**

x	y	x + y kwadrat
0	**100**	**Tak**
5	86	Nie
10	72	Nie
15	58	Nie
20	**44**	**Tak**
25	30	Nie
30	16	Nie
35	2	Nie

Zadanie 6
(5 punktów) **Mniej więcej do 2010**

Niech x będzie sumą liczb, których nie zmienimy. Niech y będzie sumą liczb, które zmienimy.

$$\begin{cases} x + y = 5050 \\ x - y = 2010 \end{cases} \quad \text{stąd } y = 1520.$$

Żeby wstawić jak najmniej znaków « - », zmienimy znaki największych liczb.
Od 86 do 100 jest 15 liczb.
Suma piętnastu liczb 86+...+ 100< 15× 100. Wynosi ona 1395. Dlatego musimy jeszcze zmienić znak przy co najmniej dwóch liczbach, np. 85 i 40
W sumie potrzebnych jest **17 zmian znaków.**
Uwaga:
Istnieją również inne rozwiązania z 17 zmianami znaków.

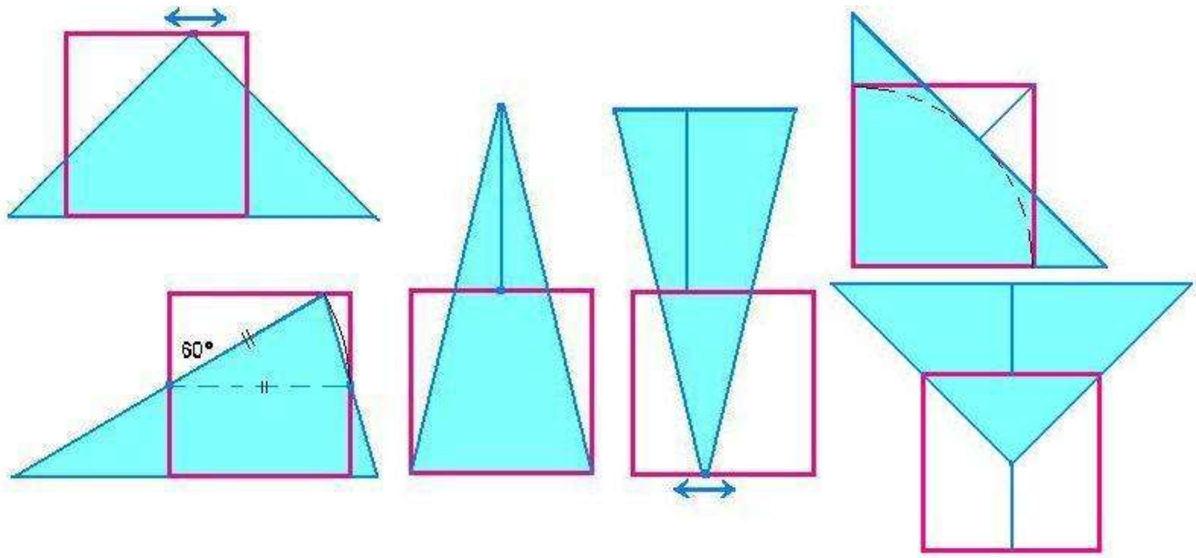
Zadanie 7
(7 punktów) **Ale gdzie jest złoto ...**

Pierwsze zdanie nie może być prawdziwe, ponieważ w przeciwnym wypadku złoto znajdowałoby się w kufrze nr 1.
Zatem złoto nie znajduje się ani w kufrze nr 1, ani w kufrze nr 2, ani w kufrze nr 3.
Dlatego też stwierdzenie nr 3 jest fałszywe, czyli brąz znajduje się w kufrze nr 3.
Stwierdzenie nr 4 jest również fałszywe, ponieważ w przeciwnym wypadku 3 zawierałaby nikiel.
Zatem złoto może się znajdować jedynie w 5.
Srebro nie jst w 1, jest więc w 2.

Ostatecznie mamy zatem:
1 : Nikiel – 2 : Srebro – 3 : Brąz
4 : Platyna – 5 : Złoto.

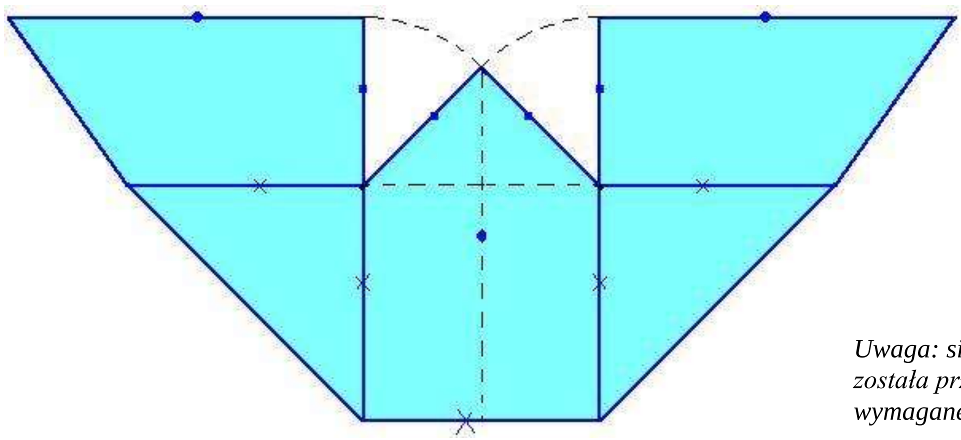
Zadanie 8
(5 punktów) **Od kwadratu do trójkąta**

Oto 6 rozwiązań dla 3 trójkątów równoramiennych o różnych wymiarach.
Czwarta propozycja jest odmianą poprzedniej. Jeśli zaś chodzi o pierwszą, można przemieścić wierzchołek na boku kwadratu.



Uwaga: Podział kwadratu po przekątnej odpowiada granicy pierwszego rozwiązania, ale daje jedynie dwie części. Niektórzy uczniowie przetną więc (niepotrzebnie) jedną z tych dwóch części, żeby otrzymać trzy

Zadanie 9
(7 punktów) **Wykusz**



Uwaga: siatka obok nie została przedstawiona w wymaganej w zadaniu skali.

Zadanie 10
(10 punktów) **Zdanie na temat nakrycia**
Wszystkie 4 rogi stołu muszą być przykryte, a obrus nie może przykryć dwóch przeciwnych rogów.
Każdy obrus będzie musiał przykryć 2 kolejne rogi.
Optymalne ułożenie przedstawia się więc następująco:
Obrus z lewej strony dotyka punktów A i B, a jego obwód przecina bok BC kwadratu w punkcie E.
Ponieważ ABE jest trójkątem prostokątnym, gdzie długośc boku AE jest równa średnicy obrusu, czyli 100 cm, natomiast bok AB wynosi 90 cm, więc z twierdzenia Pitagorasa: BE = $\sqrt{1900} \approx 43{,}588..\text{cm} < 45$ cm.
Kompletne nakrycie jest więc niemożliwe.

Zadania dla klasy pierwszej szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 11
(5 punktów) **Na szczycie ?**
Rozpatrując bieg jako sumę dużego wzniesienia, po którym następuje duży spadek, można sprawdzić, że **osiągnięcie 2 800 m jest niemożliwe.** Aby osiągnąć 2 800 m potrzeba 2 godz. 40 min., a na zejście do 1 800 m potrzeba 50 min, ale 3 godz. 24min < 3 godz. 30 min.
Można również obliczyć maksymalną wysokość osiągniętą przez Stefanię - 2 760 m.

Zadanie 12
(7 punktów) **Jedziemy autobusem**

Czas oczekiwania wynosi 11 min. jeśli Emilia dotrze na przystanek 13 lub 49 minut po pełnej godzinie, kiedy autobus właśnie odjechał. **To maksymalna wartość.**
Czas oczekiwania Emilii zależy od chwili przybycia na przystanek w przedziale [0 ; 60].
Na powyższej skali przedstawiono kolorem żółtym zbiór chwil, dla których czas oczekiwania jest dłuższy niż 5 min. Mamy 5 przedziałów o łącznej długości 21 min. **Prawdopodobieństwo, że Emilia będzie czekała dłużej niż 5 min. wynosi** $P = \frac{21}{60} = \frac{7}{20} = 0{,}35$.

Zadanie 13
(10 punktów) **Na jednakowe części?**
Powierzchnia kwadratu wynosi 100 cm^2.
Każdy trójkąt będzie musiał mieć powierzchnię 20 cm^2.
Aby powierzchnia trójkąta AED wynosiła 20 cm^2, AE musi być równe 4 cm.
Aby powierzchnie trójkątów BCF i DCF wynosiły po 20 cm^2, punkt F musi się znaleźć w odległości ~~na~~ 4 cm odcinków [BC] i [DC]. Wtedy jednak powierzchnia trójkąta EBF wynosi $\frac{6 \times 6}{2}$ czyli18 cm^2.

Proponowany podział jest więc niemożliwy.
(Ogólnie rzecz biorąc, podział kwadratu na 5 trójkątów o jednakowej powierzchni jest niemożliwy.)