**Imię i nazwisko** ………………………………………………………… **Szkoła** ……………………………………………

**1.** W równoległoboku *ABCD* środki kolejnych boków, zaczynając od *AB*, oznaczono literami *E*, *F*, *G*, *H*.

Za pomocą wektorów $AF = \vec{p}$ i $AH = \vec{q}$ wyznacz wektor *FG*. ………………………………………………

**2.** Podaj równanie a) prostej, b) płaszczyzny przechodzącej przez punkt

a) (1, 2) i równoległej do wektora $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ……………………………………………………………………………………

b) (1, 2, 3) i prostopadłej do wektora $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ……………………………………………………………………………………

**3.** Jaki jest kąt między wektorami: a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ i $\begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$? ………………………… b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ i $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}$? ……………………………

A jaki między płaszczyznami *x* = *y* + *z* oraz *x* – 3*y* + *z* = 0? ……………………………………………………………

**4.** Rozwiąż układ równań a) metodą eliminacji Gaussa. Zapisz kolejne przekształcenia wykonywane na macierzach.

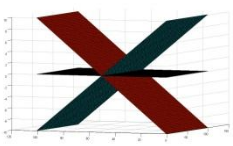
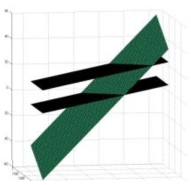
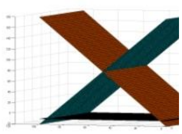
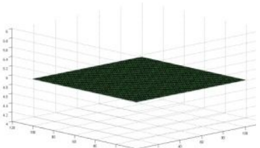
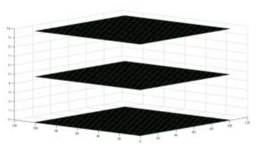
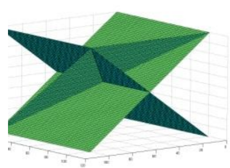
$$\begin{cases} 2x - z = 1 \\ y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \begin{cases} x = \cdots \ldots \ldots \ldots \\ y = \cdots \ldots \ldots \ldots \\ z = \cdots \ldots \ldots \ldots \end{cases}$$

b) metodą wyznaczników W =……………… Wx = …………… Wy = …………… Wz = ………………

x = ………………. y =………………. z = …………………

**5.** Podpisz ilustracje rozwiązań układów trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi właściwą literą. Układ jest O - oznaczony, N - nieoznaczony, S – sprzeczny). W każdym przypadku zaznacz, które z wyznaczników (główny i cząstkowe) są równe zero.

………………………… …………………… …………………… ……………………………… …………………………… ………………

………………………… …………………… …………………… ……………………………… …………………………… ………………

**6.** Znajdź macierz *Q* taką, że dla wszystkich punktów (*x, y*) zachodzi: $Q\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix}$ ……………………………………

**7.** Dane są przekształcenia płaszczyzny M=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ i N=$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Ich złożenie ma macierz ………………………

**8.** Macierz przekształcenia płaszczyzny jest taka $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Obrazem punktu ($x$, $y$) jest punkt ..............................

Obrazem trójkąta *ABC* o wierzchołkach *A*(2, 0), *B*(1, 3), *C*(-1, 1) jest ....................................................................

**9.** Przekształcenie liniowe *L* ma macierz $\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, a przekształcenie *V* jest dane jako *V*: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + L\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Punkt, który w przekształceniu V przechodzi na siebie, to ..............................................................................

Obraz kwadratu o boku *a* po przekształceniu *V* ma pole ....................................................

**10.** Przy każdym zdaniu zaznacz, czy jest prawdziwe, czy fałszywe, pisząc TAK lub NIE.

...... Macierz to prostokątna tablica liczb.

...... Rozmiar macierzy podaje liczba jej rzędów i wierszy.

...... Macierze tego samego rozmiaru można dodać.

...... Macierze tego samego rozmiaru można pomnożyć.

...... Dodawanie i mnożenie macierzy jest przemienne.

...... Macierz *AB* istnieje, jeśli liczba kolumn w *A* jest równa liczbie wierszy w *B*.

...... Macierze tych samych rozmiarów są równe.

...... Iloczyn macierzy o rozmiarach $3\times1$ i $3\times3$ jest wektorem kolumnowym.

...... W macierzy $2\times2$ wyznacznik to różnica iloczynów wyrazów z głównej przekątnej i antyprzekątnej.

...... Wartość wyznacznika się nie zmieni, jeśli wiersze i kolumny zamienimy rolami.

...... Jeśli zmienimy kolejność niektórych kolumn macierzy, wyznacznik się nie zmieni.

...... Macierz odwrotną do macierzy $2\times2$ otrzymamy przestawiając wyrazy z głównej przekątnej, zmieniając znak wyrazów z antyprzekątnej i dzieląc tę macierz przez wyznacznik macierzy wyjściowej.

**11.** Dane są przekształcenia: *R* obrót o 45° wokół punktu (0, 0), *S* jednokładność o skali $\sqrt{2}$ i środku w (0, 0).

Zapisz macierze tych przekształceń $\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$

Obrazem prostej *y*=2*x* po złożeniu tych przekształceń jest ..............................................................................

**12.** Podaj wektory własne i wartości własne macierzy $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .............................. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ..............................

.............................. ..............................

**13.** Co to za stożkowe lub kwadryki?

$\begin{pmatrix} 2\sqrt{3} & 3/2 & 1 \\ 3/2 & \sqrt{3} & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & -2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

................................ ............................ ....................................................

**14.** Napisz wzór jawny na *n*-ty wyraz ciągu zadanego rekurencyjnie: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = -3a_{n+1} - 2a_n$.

..........................................................................................................................................................