

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymasz odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podaj największy wspólny dzielnik liczb, gdzie  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ .

a)  $\text{NWD}(12!, 13^2) = \mathbf{1}$

b)  $\text{NWD}(13!, 14^2) = \mathbf{28}$

c)  $\text{NWD}(14!, 7^7) = \mathbf{49}$

d)  $\text{NWD}(15!, 5^5) = \mathbf{125}$

2. Dla podanej liczby  $n$  podaj możliwie najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $k$ , dla której liczba  $kn$  jest sześcianem liczby całkowitej.

a)  $n = 2^{10} \cdot 3^{11}$ ,  $k = \mathbf{12}$

b)  $n = 2^{11} \cdot 3^{12}$ ,  $k = \mathbf{2}$

c)  $n = 2^{13} \cdot 3^{16}$ ,  $k = \mathbf{36}$

d)  $n = 2^{10} \cdot 6^{13}$ ,  $k = \mathbf{18}$

3. Wiadomo, że iloczyn  $mn$  (liczb całkowitych dodatnich) jest podzielny przez podaną liczbę  $k$ . Podaj największą liczbę całkowitą  $d$ , dla której możemy stąd wywnioskować, że co najmniej jedna z liczb  $m$ ,  $n$  jest podzielna przez  $d$ .

a)  $k = 2^9 \cdot 31$ ,  $d = \mathbf{32}$

b)  $k = 2^7 \cdot 17$ ,  $d = \mathbf{17}$

c)  $k = 5^5 \cdot 11^3$ ,  $d = \mathbf{125}$

d)  $k = 2^{13} \cdot 5^5$ ,  $d = \mathbf{128}$

4. Podaj liczby rzeczywiste dodatnie  $x$ ,  $y$  spełniające podany układ równań.

a)  $\begin{cases} x = 2y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$  jest spełnione dla  $x = 2\sqrt{10} = \sqrt{40}$  oraz  $y = \sqrt{10}$

b)  $\begin{cases} x = 3y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$  jest spełnione dla  $x = 3\sqrt{5} = \sqrt{45}$  oraz  $y = \sqrt{5}$

c)  $\begin{cases} x = 7y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$  jest spełnione dla  $x = 7$  oraz  $y = 1$

d)  $\begin{cases} 3x = 4y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$  jest spełnione dla  $x = 4\sqrt{2} = \sqrt{32}$  oraz  $y = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

### Zadanie 5 na odwrocie !!!

5. W pola szachownicy o wymiarach  $102 \times 102$  wpisano liczby 1, 2, 3, 4 w taki sposób, że w lewym górnym rogu znajduje się liczba 1, a w rzędach poziomych i pionowych występują cyklicznie liczby 1, 2, 3, 4 (na rysunku 1 przedstawione są okolice lewego górnego rogu). W ilu polach znajduje się każda z wpisanych czterech liczb?

a) Liczba 1 występuje **2601** razy.

b) Liczba 2 występuje **2602** razy.

c) Liczba 3 występuje **2601** razy.

d) Liczba 4 występuje **2600** razy.

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1		
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1		
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1		
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		

rys. 1