

**ZIMOWA SZKOŁA MATEMATYKI – MATEMATYKA NIEPODLEGLEJ POLSKI  
TEST WIADOMOŚCI**

.....  
IMIĘ I NAZWISKO

.....  
SZKOŁA

**Zaznacz TAK lub NIE**

1. Czy przestrzeń  $\{(x, y) : \sqrt{x^2 + y^2} < 1\}$  jest zupełną podprzestrzenią  $\mathbb{R}^2$  (ze standardową metryką)? TAK / NIE
2. Czy ciąg  $(-1)^n (n-1)/(n-3)$  jest ciągiem Cauchy'ego liczb rzeczywistych? TAK / NIE
3. Czy poniższe zdania są prawdziwe w strukturze  $(\mathbb{R}; +; \cdot; \leq)$  (t.j. w zbiorze liczb rzeczywistych ze standardowym dodawaniem, mnożeniem i porządkiem)?
- a)  $\exists x \forall y (x \leq y)$  TAK / NIE
- b)  $\forall x \forall y (x \leq y \vee y \leq x)$  TAK / NIE
- c)  $\exists x (x \cdot x + 1 = 0)$  TAK / NIE
- d)  $\forall x \forall y (x \leq x + y)$  TAK / NIE

**Podaj krótką odpowiedź na każde pytanie.**

4. Napisz formułę bezkwantyfikatorową zmiennej  $x$  w języku  $\{+, \cdot, \leq, 0, 1\}$ , która jest równoważna następującej formule zmiennej  $x$ :  $\exists y (x = y \cdot y)$  w strukturze  $(\mathbb{R}; +; \cdot; \leq)$ .
5. Oblicz obwód gwiazdki von Kocha budowanej na zewnątrz trójkąta jednostkowego po dwóch iteracjach.
6. Oblicz pole gwiazdki von Kocha budowanej do wewnątrz trójkąta jednostkowego po dwóch iteracjach.
7. Oblicz wartość oczekiwaną dyskretnej zmiennej losowej o rozkładzie  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 9 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$ .
8. Oblicz wariancję dyskretnej zmiennej losowej o powyższym rozkładzie.
9. Prowadzimy eksperyment metodą Monte Carlo, wykonując 100 prób. Jak zmieni się błąd wyniku, jeśli liczbę prób zwiększymy do 400?

10. Jacek, Wacek i Gacek odziedziczyli po stryju Pankracym jego cenne zbiory: złożony sedes, wek na zamek szyfrowy i węża ogrodowego z krokodylęj skóry. W obecności notariusza każdy z braci w tajemnicy przed pozostałymi wycenił te rzeczy. Dane te przedstawiono w tabeli. Wówczas notariusz bez trudu sprawiedliwie podzielił spadku. Jaki był udział Gacka w tym spadku:

	sedes	wek	wąż
J	240	23	72
W	120	45	85
G	180	39	115

- a) pieniężny..... b) rzeczowy .....

11. Podaj nazwiska polskiego matematyka, który wymyślił:

a) konstrukcję kwadratury koła .....

b) metodę Monte Carlo .....

c) spiralę z zagęszczeniem liczb pierwszych na przekątnych .....

d) fraktal z powstający z iterowania operacji środkowej części trójkąta równobocznego .....

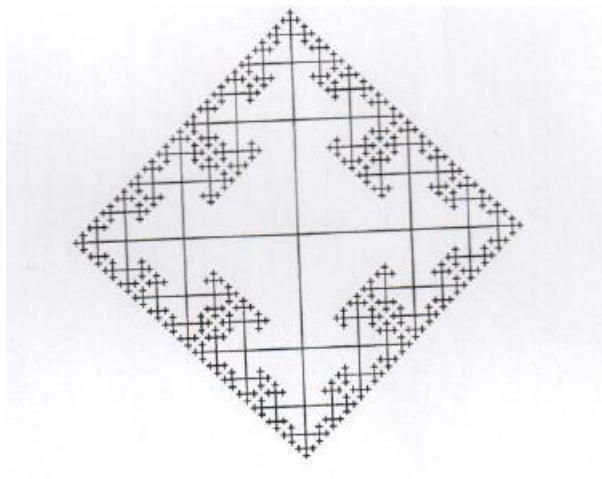
e) jak złamać szyfr niemieckiej maszyny szyfrującej .....

12. Jak nazywa się fraktal przedstawiony na rysunku? .....

Z powtarzania jakiej operacji powstał? .....

.....  
.....

Narysuj wyjściową figurę  $F_0$ ?



Narysuj figurę  $F_3$  będącą jego przybliżeniem 3 stopnia

13. Kto w kopalni nosi czerwony(e):

a) kask .....

b) pióro.....