Wzory skróconego mnożenia

1. Uporządkować następujące liczby w kolejności rosnącej:
$12345678901 \cdot 12345678911$, $12345678903 \cdot 12345678909$, $12345678905 \cdot 12345678907$, $12345678902 \cdot 12345678910$, $12345678900 \cdot 12345678912$, $12345678904 \cdot 12345678908$.

2. Rozłożyć na iloczyn czynników pierwszych liczbę $129^2 - 1$.

3. Rozłożyć na iloczyn czynników pierwszych liczbę $6^4 - 1$.

4. Rozłożyć na iloczyn czynników pierwszych liczbę $3^8 - 1$.

5. Udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej nieparzystej n liczba n^2 daje przy dzieleniu przez 8 resztę 1.

6. Udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej nieparzystej n liczba n^4 daje przy dzieleniu przez 16 resztę 1.

7. Udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej nieparzystej n liczba n^8 daje przy dzieleniu przez 32 resztę 1.

8. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $123^3 - 1$.

9. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $212^5 + 1$.

10. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $46^{17} - 5^{17}$.

11. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $76^{34} - 5^{34}$.

12. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $77^{34} - 2^{34}$.

13. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $6^{17} + 5^{17}$.

14. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $6^{22} + 5^{22}$.

15. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $3^{27} - 1$.

16. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $6^{27} + 1$.

17. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $2^{25} - 1$.

18. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $2^{25} + 1$.

19. Wskazać dwa dwucyfrowe dzielniki pierwsze liczby $3^{15} - 1$.

20. Znaleźć wszystkie (z dokładnością do przystawania) trójkąty prostokątne o bokach długości całkowitej i jednej z przyprostokątnych długości:
a) 7, **b)** 8, **c)** 9, **d)** 10, **e)** 12, **f)** 15.

21. Wiadomo, że wśród poniższych dwudziestu liczb 30-cyfrowych dokładnie dziesięć jest pierwszych. Wskazać te liczby pierwsze.

111111111111111111111111110333	111111111111111111111111111071
111111111111111111111111111073	111111111111111111111111111103
124999999999999999999999999499	124999999999999999999999999919
124999999999999999999999999973	124999999999999999999999999981
249999999999999999999999999901	249999999999999999999999999919
249999999999999999999999999983	249999999999999999999999999991
333333333333333333333333333101	333333333333333333333333333133
333333333333333333333333333301	333333333333333333333333333317
999999999999999999999999999757	999999999999999999999999999919
999999999999999999999999999973	999999999999999999999999999991

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Wielokąty foremne

22. Liczba przekątnych wielokąta foremnego jest podzielna przez 3. Dowieść, że jest ona podzielna przez 9.

23. W okrąg o promieniu 1 wpisano n-kąt foremny. Dla każdej liczby naturalnej n spełniającej nierówności $2000 \leqslant n \leqslant 2014$ podać liczbę przekątnych tego n-kąta, których kwadrat długości jest liczbą całkowitą.

24. Dany jest 10-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{10}$. Dowieść, że przekątne A_2A_7, A_3A_8 i A_4A_9 przecinają się w jednym punkcie. Wyznaczyć miary kątów: $\sphericalangle A_2A_7A_4$, $\sphericalangle A_3A_4A_7$, $\sphericalangle A_3A_7A_4$ i $\sphericalangle A_9A_4A_7$.

25. Dany jest 12-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{12}$. Dowieść, że przekątne A_1A_5, A_2A_7 i A_3A_{10} przecinają się w jednym punkcie. Dowieść, że przekątne A_1A_5, A_2A_7 i A_4A_{12} przecinają się w jednym punkcie.

26. W trójkącie ABC kąty przy wierzchołkach A, B, C mają odpowiednio miary 36°, 108° i 36°. Punkt D jest punktem przecięcia dwusiecznej kąta przy wierzchołku A z bokiem BC. Punkt E jest takim punktem leżącym na boku AC, że proste AB i DE są równoległe. Wyznaczyć miarę kąta $\sphericalangle ABE$.

27. Dany jest 13-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{13}$. Uporządkować następujące trójkąty rosnąco ze względu na pole: $A_1A_4A_8$, $A_1A_6A_8$, $A_1A_8A_{10}$, $A_1A_6A_{10}$, $A_1A_6A_{13}$, $A_1A_6A_{11}$.

28. Dany jest 14-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{14}$. Połączyć następujące trójkąty w pary trójkątów o ilorazie pól równym 2: $A_1A_2A_5$, $A_1A_2A_7$, $A_1A_2A_9$, $A_1A_3A_8$, $A_1A_4A_6$, $A_1A_5A_8$.

29. Dany jest 20-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{20}$. Który trójkąt ma większe pole: $A_1A_3A_9$ czy $A_1A_4A_8$?

30. Dla których liczb naturalnych $n \geqslant 5$, spośród wierzchołków n-kąta foremnego można wybrać takich pięć wierzchołków, że pięciokąt przez nie wyznaczony ma wszystkie boki równej długości?

31. Dla których liczb naturalnych $n \geqslant 6$, spośród wierzchołków n-kąta foremnego można wybrać takich sześć wierzchołków, że sześciokąt przez nie wyznaczony jest równokątny?

32. Dla których liczb naturalnych $n \geqslant 7$, spośród wierzchołków n-kąta foremnego można wybrać takich siedem wierzchołków, że siedmiokąt przez nie wyznaczony ma boki parami różnej długości?

33. Dla których liczb naturalnych $n \geqslant 5$, spośród wierzchołków n-kąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 1 można wybrać takich pięć wierzchołków, że pięciokąt przez nie wyznaczony ma wszystkie boki dłuższe od 1?

34. Dla których liczb naturalnych $n \geqslant 7$, spośród wierzchołków n-kąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 1 można wybrać takich siedem wierzchołków, że siedmiokąt przez nie wyznaczony ma wszystkie boki krótsze od 1?

35. Dla których liczb naturalnych $n \geqslant 6$, spośród wierzchołków n-kąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 1 można wybrać takich sześć wierzchołków, że sześciokąt przez nie wyznaczony ma wszystkie boki dłuższe od 1?

36. Dla których liczb naturalnych $n \geqslant 6$, spośród wierzchołków n-kąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 1 można wybrać takich sześć wierzchołków, że sześciokąt przez nie wyznaczony ma wszystkie boki krótsze od 1?

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego