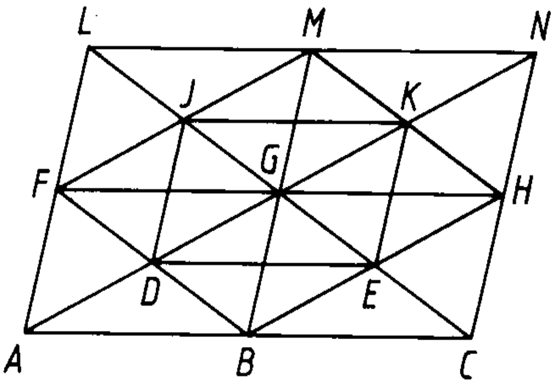
WEKTORY – WPROWADZENIE



- dodawanie wektorów, czyli chodzenie po strzałkach
- wektory bazowe

Zad. 1. Wyznacz:

a) $\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EK}=$ **c)** $\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{EH}=$ **e)** $\overrightarrow{DJ}+\overrightarrow{FG}=$ **g)** $\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{CB}=$

b) $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BH}=$ **d)** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BM}=$ **f)** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{KN}=$ **h)** $\overrightarrow{CL}+\overrightarrow{DB}=$

Zad. 2. Uzupełnij:

a) $2\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{A\ldots}$ **b)** $2\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{D\ldots}$ **c)** $3\cdot\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{DJ}=\overrightarrow{F\ldots}$

d) $3\cdot\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{DJ}=\overrightarrow{\ldots E}$ **e)** $\overrightarrow{AE}-2\cdot\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{\ldots K}$ **f)** $2\cdot\overrightarrow{BD}-\ldots\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{BM}$

g) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}=\ldots\cdot\overrightarrow{A\ldots}$

Zad. 3. Przedstaw w postaci $\alpha\cdot\overrightarrow{DE}+\beta\cdot\overrightarrow{DJ}$:

a) $\overrightarrow{AN}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$ **b)** $\overrightarrow{KN}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$ **c)** $\overrightarrow{HB}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$ **d)** $\overrightarrow{AH}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$

e) $\overrightarrow{BL}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$ **f)** $\overrightarrow{HD}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$ **g)** $\overrightarrow{JE}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$ **h)** $2\cdot\overrightarrow{AG}+3\cdot\overrightarrow{LF}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$

i) $12\cdot\overrightarrow{DL}+13\cdot\overrightarrow{KH}-14\cdot\overrightarrow{GM}=\ldots\cdot\overrightarrow{DG}+\ldots\cdot\overrightarrow{DJ}$

Zad. 4. Niech $ABCDA_1B_1C_1D_1$ oznacza prostopadłościan, w którym AB = 2, AC = 3, AA_1 = 5 i $\vec{p}=\overrightarrow{AB},\ \vec{q}=\overrightarrow{AC},\ \vec{r}=\overrightarrow{AA_1}$. Za pomocą wektorów $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ wyznacz wektory:

a) o początku w A i końcu w: C, C_1, B_1, D_1, środku odc.B_1C_1, środku ściany ABB_1A_1, środku ściany BCC_1B_1.

b) o początku w D i końcu w: C, C_1, B_1, D_1, środku odc.B_1C_1, środku ściany ABB_1A_1, środku ściany BCC_1B_1.

c) Pod jakim kątem przecinają się przekątne ścian tego prostopadłościanu? Wsk. Użyj iloczynu skalarnego.

d) Pod jakim kątem przecinają się przekątne tego prostopadłościanu? Wsk. Użyj iloczynu skalarnego.

Zad. 5. Niech $ABCDEFW$ oznacza ostrosłup prawidłowy o boku podstawy równym 2 i wysokości 5. Niech $\vec{p}=\overrightarrow{AB},\ \vec{q}=\overrightarrow{AF},\ \vec{r}=\overrightarrow{AW}$. Za pomocą wektorów $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ wyznacz wektory:

a) o początku w A i końcach w wierzchołkach tego ostrosłupa.

b) o początku w środku odcinka CD i końcach w wierzchołkach tego ostrosłupa.

c) o początku w A i końcu w: środku odc. BC, środku odc. CW, środku (?) ściany ABW, środku ściany CDW.

d) Pod jakim kątem przecinają się proste łączące środki ścian ABW i CDW z punktem a?

Które odpowiedzi nie zmienią się gdy wysokość ostrosłupa zmniejszymy do 3? A które gdy (przy tej samej podstawie) wierzchołek W przesuniemy tak, by odcinek CW był prostopadły do podstawy?

METODY WEKTOROWE W GEOMERTII

Zad. 6. Udowodnij, że odcinek łączący środki boków trójkąta jest równoległy do boku trzeciego i co do długości równy jego połowie.

Zad. 7. Udowodnij, że odcinek łączący środki ramion trapezu jest równoległy do obu podstaw, a jego długość równa jest średniej arytmetycznej długości podstaw.

Zad. 8. Wykaż, że proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Zad. 9. Udowodnij, że środkowe w trójkącie dzielą się w stosunku 2 : 1.

Zad. 10. Wykaż, że ze środkowych trójkąta można zbudować trójkąt.

Zad. 11. Wykaż, że jeśli S jest środkiem ciężkości trójkąta ABC, to zachodzi równość $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{CS} = \vec{0}$. Co to oznacza?

Zad. 12. Wykaż, że dla dowolnego trójkąta zachodzi zależność $s = \frac{3}{4}d$, gdzie s oznacza sumę kwadratów długości środkowych, zaś d sumę kwadratów długości boków trójkąta.

Zad. 13. Wykaż, że przekątne równoległoboku są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy jest on rombem.

Zad. 14. Wykaż, że w równoległoboku suma kwadratów przekątnych równa jest sumie kwadratów boków.

Zad. 15. Udowodnij, że środki boków dowolnego czworokąta są wierzchołkami równoległoboku.

Zad. 16. Udowodnij, że jeśli przekątne czworokąta dzielą się na połowy, to czworokąt ten jest równoległobokiem.

Zad. 17. W koło wielkie kuli o promieniu r wpisano kwadrat. Udowodnij, że suma kwadratów odległości dowolnego punktu P powierzchni kuli od wierzchołków kwadratu jest równa $8r^2$.