

XVIII MARATON MATEMATYCZNY – WIELKI FINAŁ – LICEALIŚCI – RUNDA III

Na kartce z odpowiedziami zapisz tylko numer zadania i ostateczny wynik. Wyślij na adres: maraton.lo@math.uni.wroc.pl

Zad. 1. Ile jest liczb trzycyfrowych, takich że suma ich cyfr jest podzielna przez iloczyn ich cyfr?

Zad. 2. Producent gry planszowej „Magiczny telegraf Grzegorza” ma bardzo specyficzne wymagania dotyczące kości do gry. Muszą być sześciennie, na ściankach mają mieć liczby 1, 1, 2, 2, 3, 3, a iloczyny liczb na przeciwległych ściankach kostki muszą być parami różne. Ile jest różnych kostek o tych własnościach? Kostki uznamy za różne, jeśli jednej z nich nie da się tak obrócić, aby otrzymać drugą.

Zad. 3. Dane są proste k i l na płaszczyźnie, które przecinają się pod kątem 60° . Oznaczmy przez A punkt przecięcia prostych k i l . Dla pewnego punktu B niech D oznacza odbicie punktu B względem prostej k , natomiast C oznacza odbicie punktu D względem prostej l . Wiedząc, że $|AB| = 3$, oblicz obwód trójkąta ABC .

Zad. 4. Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o podstawach długości 8 i 6 oraz ramieniu długości $5\sqrt{2}$. Jaka jest różnica pól koła opisanego na trapezie $ABCD$ i samego trapezu $ABCD$?

Zad. 5. $ABCD$ jest czworościanem foremnym o krawędzi długości x . Płaszczyzna π została poprowadzona tak, że odległość od π do każdego z wierzchołków czworościanu $ABCD$ jest taka sama. Jaka może być odległość pomiędzy tą płaszczyzną a wierzchołkami?

Zad. 6. Jaka jest najmniejsza liczba czterocyfrowa będąca sześcianiem liczby naturalnej, w której można zmienić kolejność cyfr i otrzymać czterocyfrową liczbę będącą kwadratem liczby naturalnej?
