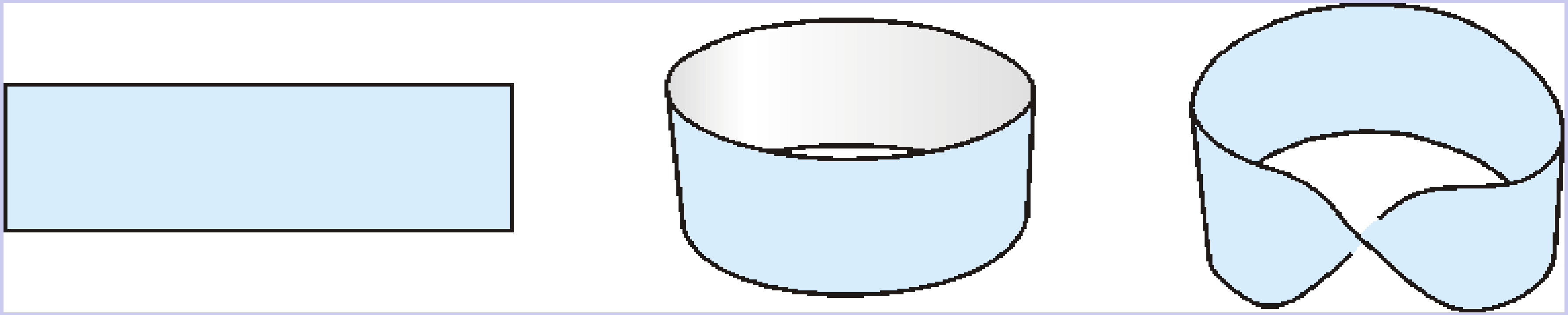
EKSPERYMENTY ZE WSTĄŻKĄ

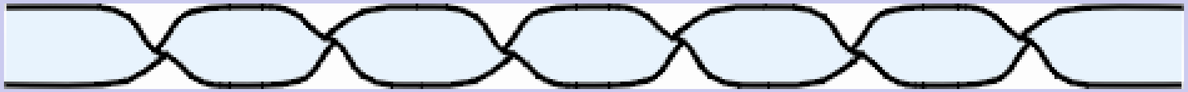
WSTĘGA MöBIUSA

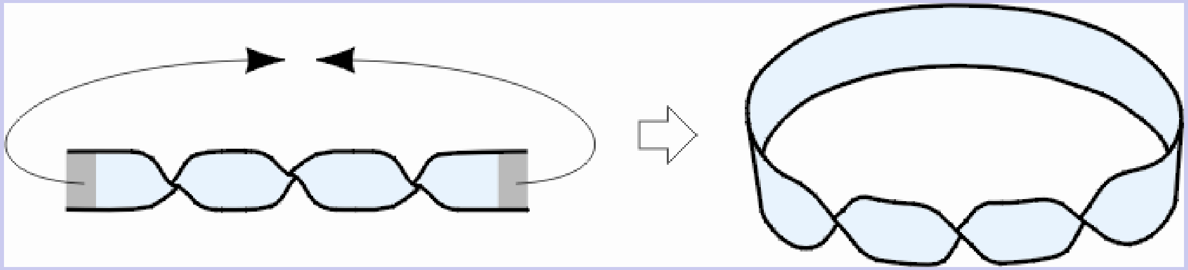


August Ferdynand Möbius

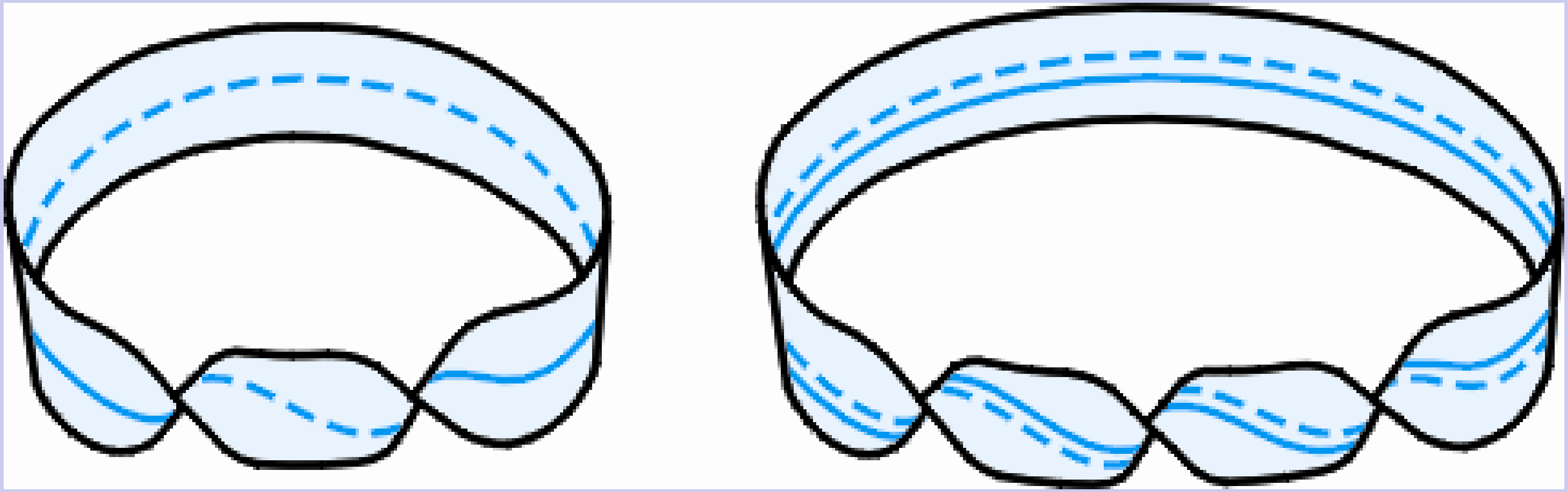
1790 – 1868

WSTĘGA RZĘDU *n*





POWIERZCHNIE JEDNO- I DWUSTRONNE



n = 2 *n* = 3

PYTANIA

Rozcinamy wstęgę rzędu ***n*** tnąc ***k-1*** cięciami
na ***k*** równych części (ozn.: ***W*(*n*, *k*)**)

1. Czy wstęga pozostanie w jednym kawałku, czy rozpadnie się?
2. Jeśli wstęga rozpadnie się, to na ile części?
3. Czy powstałe części (jedna lub więcej) są tego samego typu co oryginalna wstęga?
4. W przypadku uzyskania więcej niż jednej części, czy są one identyczne?
5. Czy jest możliwe rozdzielić uzyskane części, czy są one zasupłane?
6. Jeśli uzyskane części są zasupłane, to w jaki sposób?

Łatwo zauważyć, że:

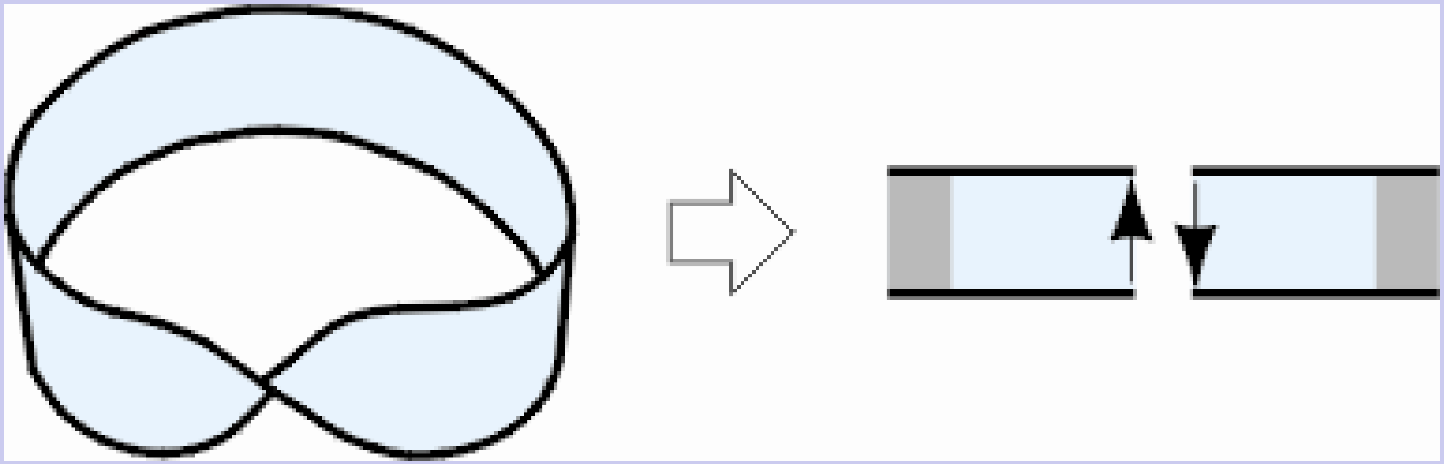
$W(0, k) \to kW(0).$

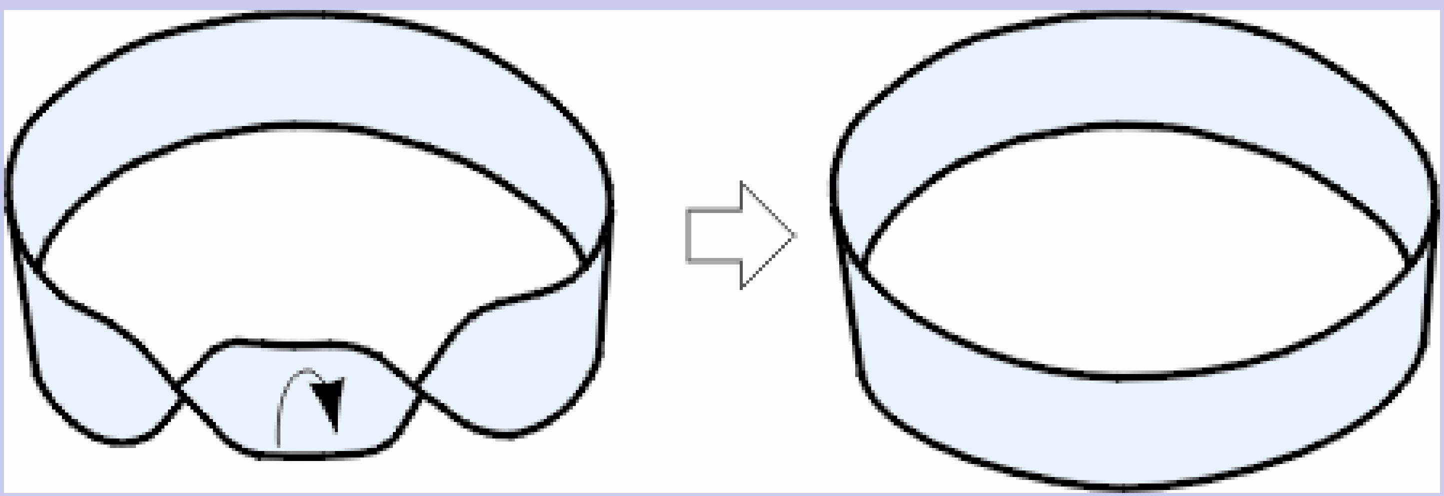
A w tych przypadkach?

$W(1, 2) \to W(?)$

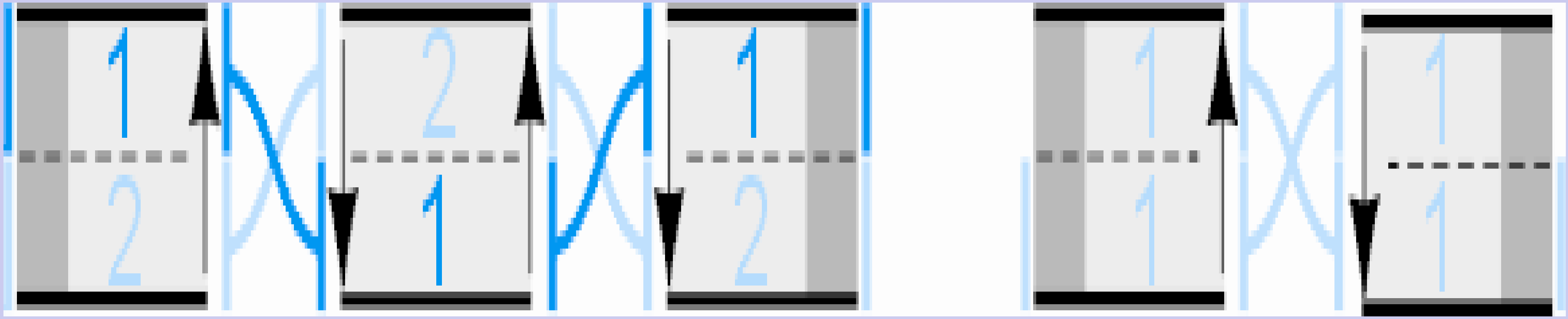
$W(n, k) \to ?W(?)+?W(?) + ?$

NOTACJA





$W(n, 2)$



$n = 2$

$W(2, 2) = 2W(2)$

$n = 1$

$W(1, 2) = W(4)$

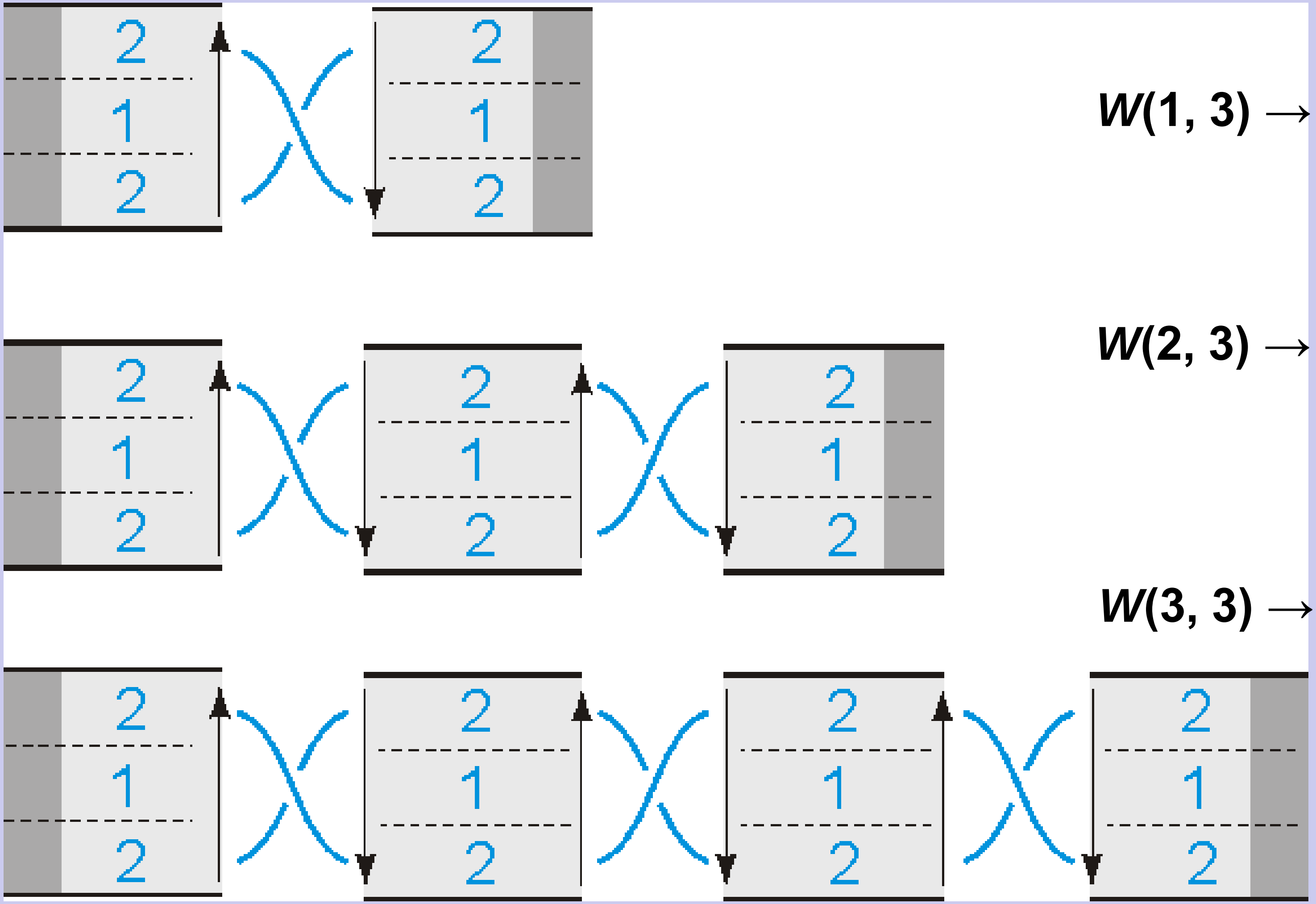
Jeśli n jest parzyste:

$W(n, 2) \rightarrow 2W(n)$

Jeśli n jest nieparzyste:

$W(n, 2) \rightarrow W(2n+2)$

$W(n, 3)$



$W(1, 3) \rightarrow W(1) + W(4)$

$W(2, 3) \rightarrow W(2) + 2W(2)$

$W(3, 3) \rightarrow W(3) + W(8)$

$W(n,3)$

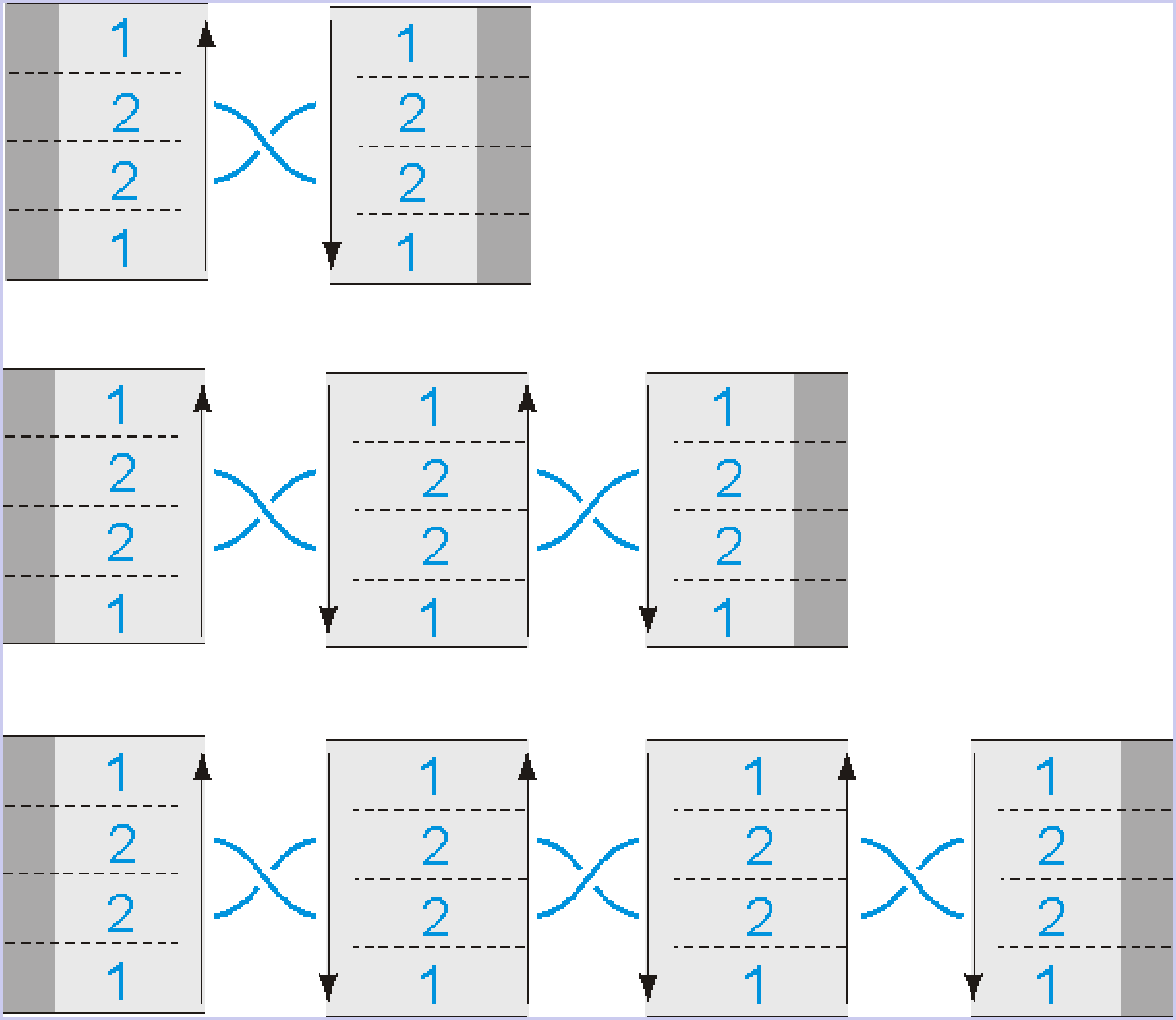
Jeśli *n* jest parzyste:

$$\boldsymbol{W(n, 3) \rightarrow W(n) + 2W(n) = 3W(n)}$$

Jeśli *n* jest nieparzyste:

$$\boldsymbol{W(n, 3) \rightarrow W(n) + W(2n+2)}$$

$W(n, 4)$



$W(1, 4) \rightarrow 2W(4)$

$W(2, 4) \rightarrow 4W(2)$

$W(3, 4) \rightarrow 2W(8)$

$W(n,4)$

Jeśli n jest parzyste:

$$W(n, 4) \rightarrow 4W(n)$$

Jeśli n jest nieparzyste:

$$W(n, 4) \rightarrow 2W(2n+2)$$

PODSUMOWANIE

$$W(2n+1,\, 2k+1) \to W(2n+1) + kW(4n+2+2)$$

$$W(2n+1,\, 2k) \to kW(4n+2+2)$$

$$W(2n,\, 2k) \to 2kW(2n)$$

$$W(2n,\, 2k+1) \to W(2n) + 2kW(2n) = (2k+1)W(2n)$$

Więcej w:
Magazyn Miłośników Matematyki

numer 1/2008