

XIV MISTRZOSTWA POLSKI W ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ Z GEOMETRII ELEMENTARNEJ

WROCLAW, 4 CZERWCA 2016

Zad. 1. W trójkącie ABC prosta równoległa do AB przechodząca przez środek okręgu wpisanego w ten trójkąt przecina boki AC i BC odpowiednio w punktach K i L . Wykaż, że $|KL| = |AK| + |BL|$.

Zad. 2. Wykaż, że kąt w trójkącie jest ostry, prosty lub rozwarty w zależności od tego, czy przeciwległy bok jest odpowiednio krótszy, równy lub dłuższy od podwojonej środkowej tego boku.

Zad. 3. Dane są dwa okręgi styczne wewnętrznie w punkcie A . Promień OB większego okręgu jest styczny do mniejszego w punkcie C . Oblicz miarę kąta BAC .

Zad. 4. Promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny jest równy połowie różnicy długości przyprostokątnych. Oblicz stosunek dłuższej przyprostokątnej do krótszej.

Zad. 5. Wykaż, że długość wysokości CD opuszczonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie ABC jest sumą promieni okręgów wpisanych w trójkąty ABC , ADC i DBC .

Zad. 6. Na trójkącie prostokątnym ABC (z kątem prostym w wierzchołku C) opisano okrąg. Przez wierzchołek C poprowadzono styczną do tego okręgu. Odległości wierzchołków A i B od tej stycznej wynoszą odpowiednio a i b . Oblicz długości przyprostokątnych tego trójkąta.

Zad. 7. Niech K będzie środkiem boku AB kwadratu $ABCD$, a punkt L niech dzieli przekątną AC w stosunku $AL/LC = 3:1$. Wykaż, że kąt KLD jest prosty.

Zad. 8. Wykaż, że punkt przecięcia przedłużeń wysokości w trójkącie rozwartokątnym jest środkiem okręgu dopisanego do trójkąta, którego wierzchołkami są spodki wysokości wyjściowego trójkąta.

Zad. 9. Oblicz pole trapezu równoramienne, wiedząc, że ramię widać ze środka okręgu opisanego na tym trapezie pod kątem 60° , a wysokość trapezu ma długość h .

Zad. 10. Dwa okręgi o promieniach R i r są styczne zewnętrznie w punkcie A . Przez punkt B obrany na większym okręgu prowadzimy styczną do mniejszego okręgu w punkcie C . Wiedząc, że $|AB| = a$, oblicz $|BC|$.

Zad. 11. Niech C leży na okręgu o środku O . Niech M będzie środkiem OC . Po jednej stronie prostej OC wybieramy na okręgu punkty A i B , tak by kąty AMO i BMC były jednakowe. Oblicz długość AB , wiedząc, że $|AM| - |BM| = a$.

Zad. 12. W trójkąt ABC wpisano okrąg i poprowadzono do niego styczną równoległą do boku BC . Oblicz obwód tego trójkąta, wiedząc, że $|BC| = a$ oraz że odcinek stycznej zawarty w trójkącie ma długość d .